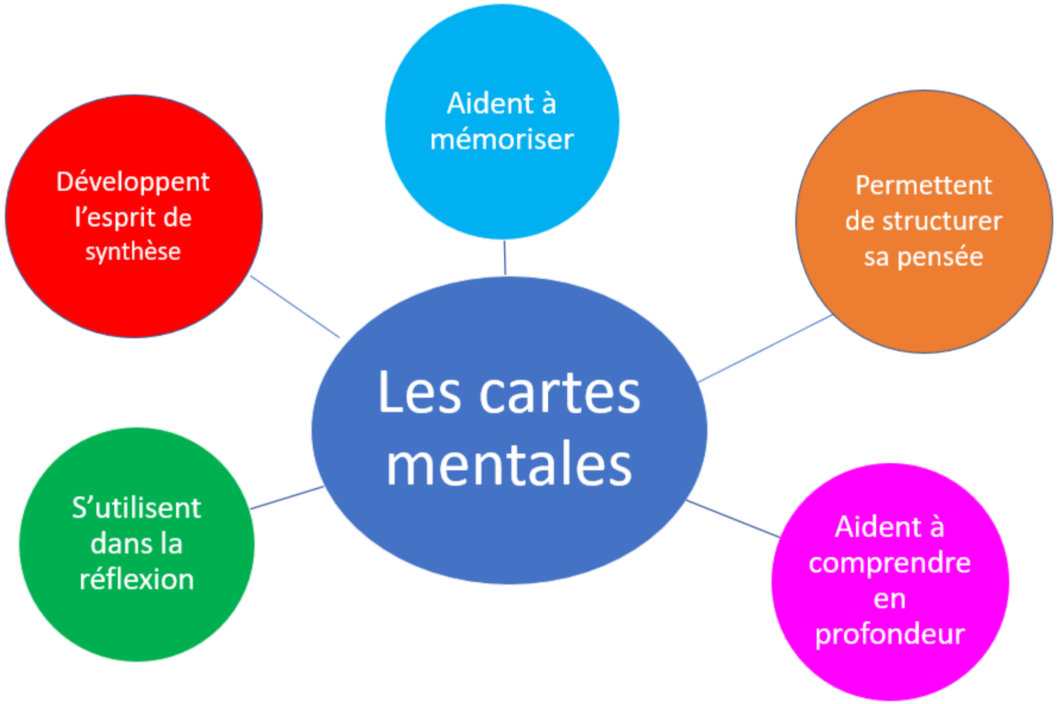
Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les cartes mentales



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Introduction

Dans ma pratique de psychopédagogue spécialisée dans les blocages en mathématiques, j'ai noté que les principales difficultés des élèves viennent d'une incompréhension sur le concept de « comprendre son cours ». Ils expriment souvent leurs difficultés par « j'ai compris mon cours, mais je ne sais pas faire les exercices ». Ce à quoi je rétorque « si tu ne sais pas faire les exercices, c'est que tu n'as pas compris ton cours ».

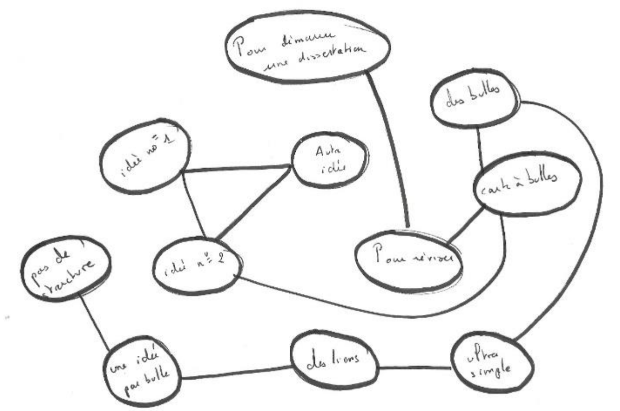
Les cartes mentales sont un très bon outil pour comprendre, mémoriser et réfléchir. Je vais t'expliquer comment les construire et les utiliser.

Toutes les cartes mentales que je dessine et utilise en séance sont en format A4 paysage. Pourquoi ? parce que le champ de vision humain étant plus large que haut, écrire dans le format paysage permet d'englober toutes les informations et de faire des liens entre différentes parties.

Les différents types de cartes mentales

Les cartes à bulles

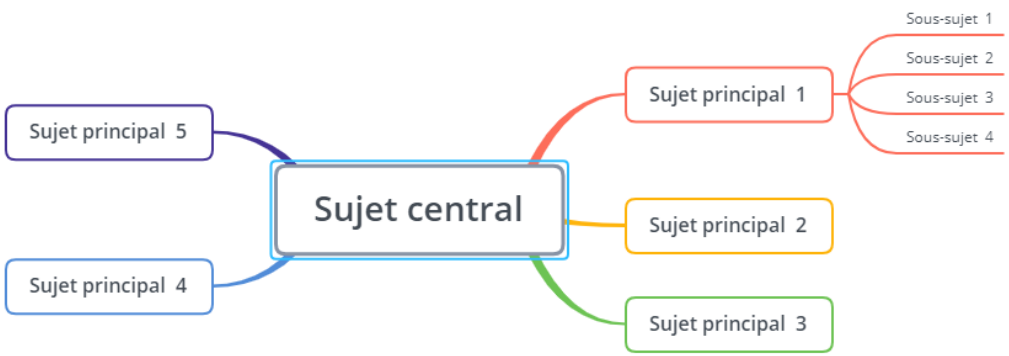
La carte à bulle est la première étape pour créer une carte mentale plus structurée. C'est aussi la première étape dans le processus de mémorisation. Il s'agit d'écrire tous les mots/concepts qui viennent à l'idée sur un thème, un mot/concept = une bulle, en vrac sur une feuille, librement, sans structure. Ensuite, on relie entre eux les concepts qui ont un lien, et une structure commence à apparaître.



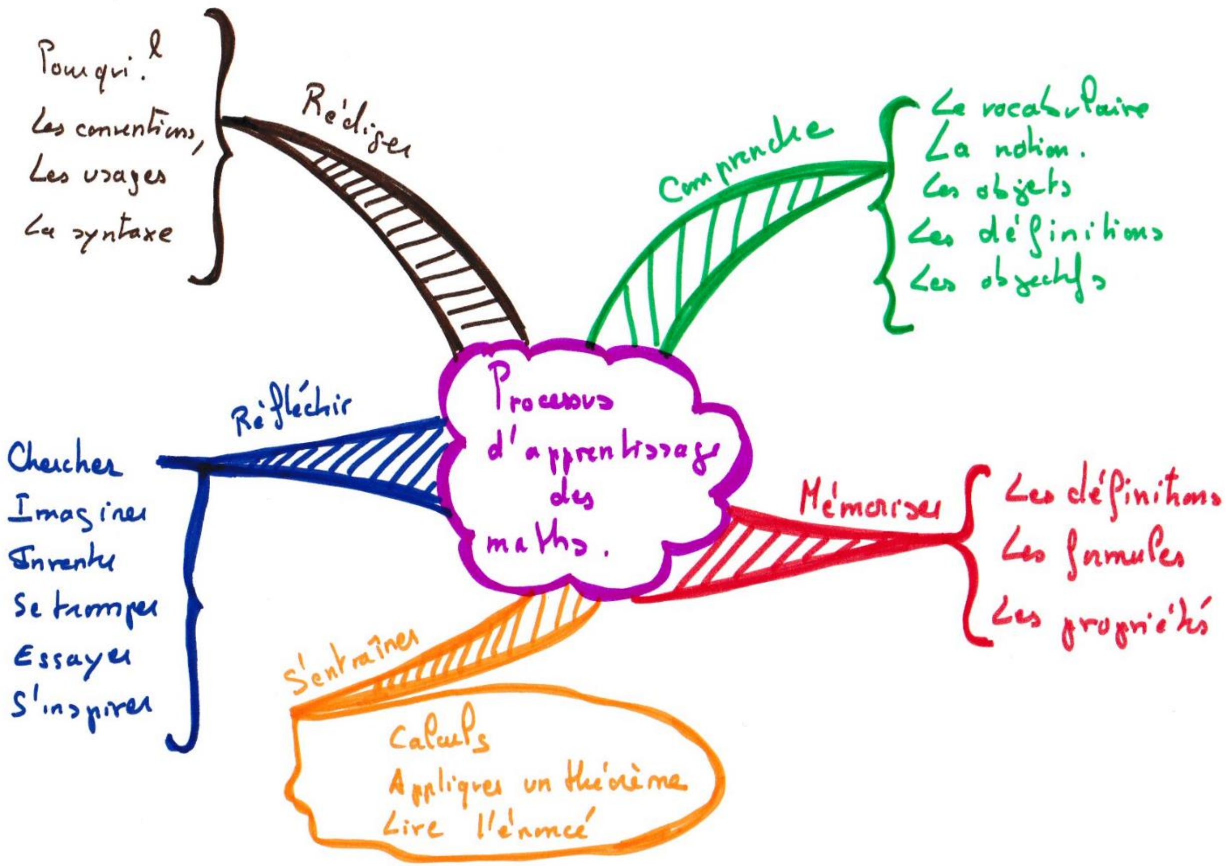
Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les cartes centrées

Une carte centrée, comme son nom l'indique, est structurée autour d'un centre, le thème principal. De ce cœur partent des branches, chaque branche concernant un sous-thème. Caque sous-thème peut également se diviser en sous-sous thème et ainsi de suite. Pour ma part, en mathématiques, je me contente d'un seul niveau. Une carte se lit dans le sens des aiguilles d'une montre, en commençant en haut à droite. Chaque sous-thème est dans une même couleur, et il est préférable d'alterner les couleurs chaudes et froides, pour bien les distinguer visuellement.



Une carte mentale construite avec le logiciel Xmind



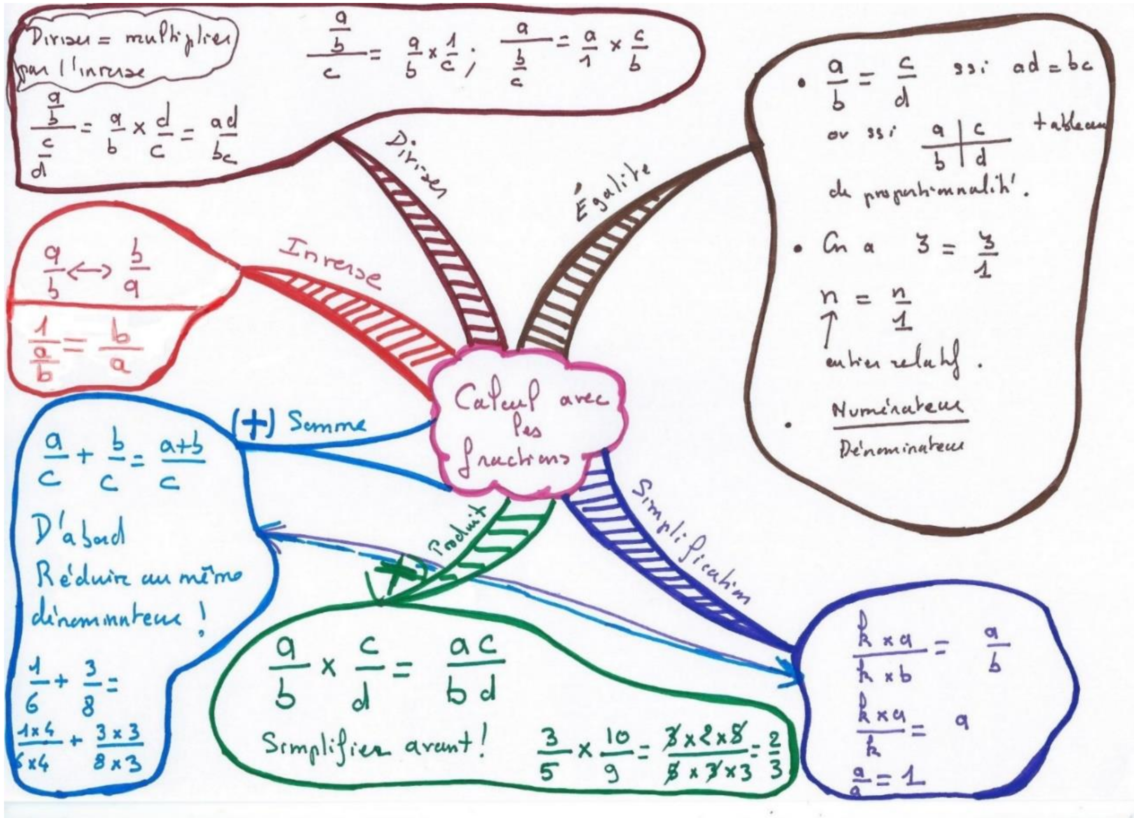
Une carte mentale centrée sur le thème de l'apprentissage des maths

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Il peut y avoir une suite logique, mais pas obligatoirement.

On peut également matérialiser un lien spécifique entre deux sous thèmes, ou faire une bulle à part, comme une remarque ou un rappel.

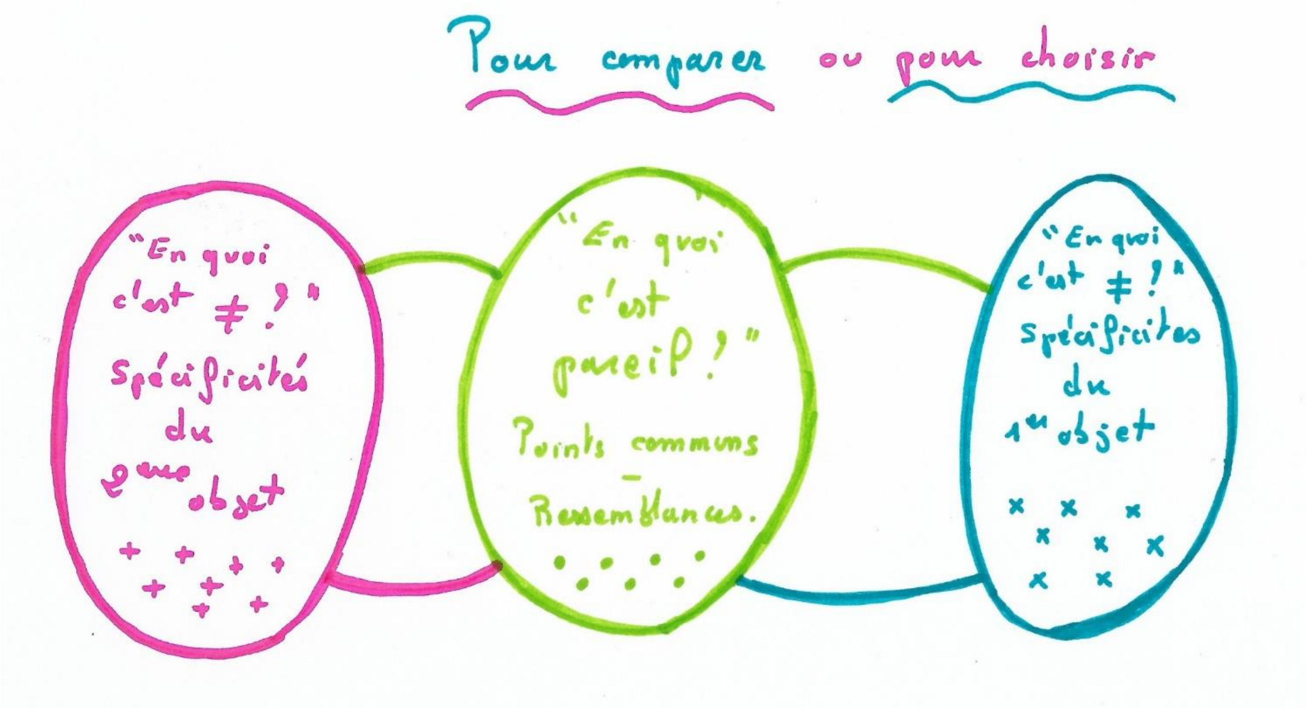
Une carte mentale est personnelle, et n'a pas à être rédigée comme un cours. Néanmoins, il ne faut pas oublier la rigueur mathématique. Pour faire comprendre aux élèves les attendus, je leur dis que c'est comme un pense-bête pour faire un cours, pour qu'ils n'oublient pas de parler de toutes les notions. « Il s'agit de faire le prof ! » m'a dit un jour un élève, et c'est tout à fait le cas. Par exemple, dans une carte mentale, il n'y a pas à mettre les démonstrations. Sauf, évidemment si on fait une carte mentale spécifiquement sur une démonstration.

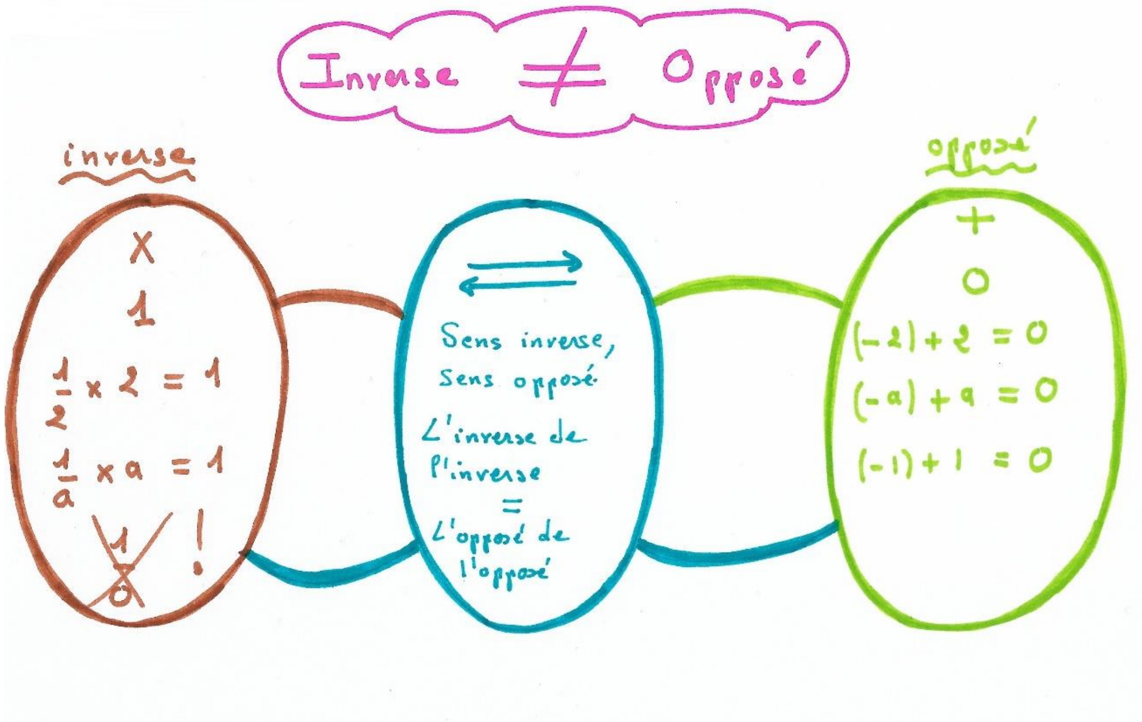


Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les triples bulles, pour comparer et pour discriminer

Cette carte est utile quand on confond deux notions, ou quand on veut différencier deux concepts qui ont néanmoins des points communs. Elle est composée de trois grandes « bulles » côte à côte. Dans la bulle du milieu, on met les points communs et dans les bulles de droite et gauche les points spécifiques. Chaque bulle a une couleur différente.





C'est un « outil graphique », très pratique quand tu confonds deux notions, ou quand tu veux comparer deux situations.

Par exemple, souvent les élèves confondent « inverse » et « opposé ». Quand on confond deux choses, il y a forcément une raison. Si on ne sait pas pourquoi, on n'arrivera pas à s'y retrouver. Dans notre cas, «inverse » et «opposé », en français c'est tout à fait synonyme. « Je vais dans le sens inverse », ou « je vais dans le sens opposé » ça veut dire la même chose. Cela explique la confusion. **Mais en maths, c'est très différent**. L'inverse c'est pour la multiplication et l'opposé c'est pour l'addition. -2 est l'opposé de 2 alors de l'inverse de 2 c'est ½. Mais un point commun c'est que « l'opposé de l'opposé c'est le nombre », et « l'inverse de l'inverse c'est le nombre ». Tout cela c'est beaucoup plus clair sur un schéma. Et le fait de faire le schéma, ça oblige aussi à se poser des questions. **Et se poser des questions, c'est la base de tout apprentissage !**

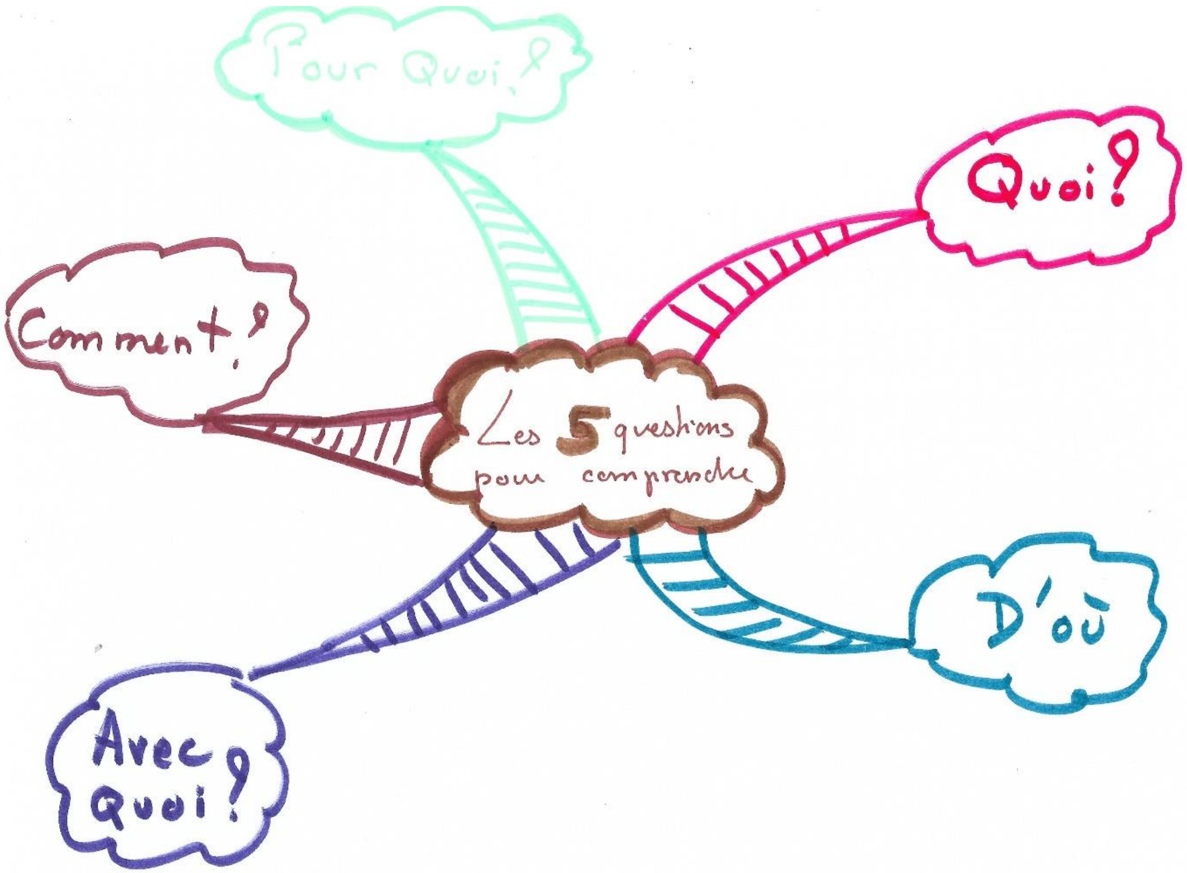
Construction d'une carte mentale

Je propose ici trois méthodes pour construire une carte mentale. Il est important de préciser à chaque fois que ce ne sont que des propositions, et que l'élève est libre de faire comme il veut ! La liberté et la créativité sont deux points essentiels pour que ce soit efficace. Mais comme dans tout, avant de faire ce que l'on veut, il faut avoir appris à faire, c'est pourquoi j'accompagne les élèves dans la construction de leurs cartes mentales avec ces trois méthodes.

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Avec les 5 questions pour comprendre

Les cinq questions pour comprendre sont inspirées du travail de Guy Sonnois en gestion mentale.



Quoi ? : Cette question concerne la définition des objets mathématiques concernées. A la fois « comment je vois l'objet, comment je me l'imagine, quelle histoire je me raconte à son propos, comment je pourrais l'expliquer à quelqu'un qui n'y connait rien (un camarade qi aurait été absent par exemple) », et aussi, en parallèle, quelle est la définition qu'on m'a donné en cours.

D'où ? : de quelles notions mathématiques ai-je besoin pour travailler ce nouveau chapitre, quels sont les chapitres utiles dans ceux qui ont été faits précédemment ? Cela permet de faire des liens entre les différentes notions mathématiques, et de réviser si besoin.

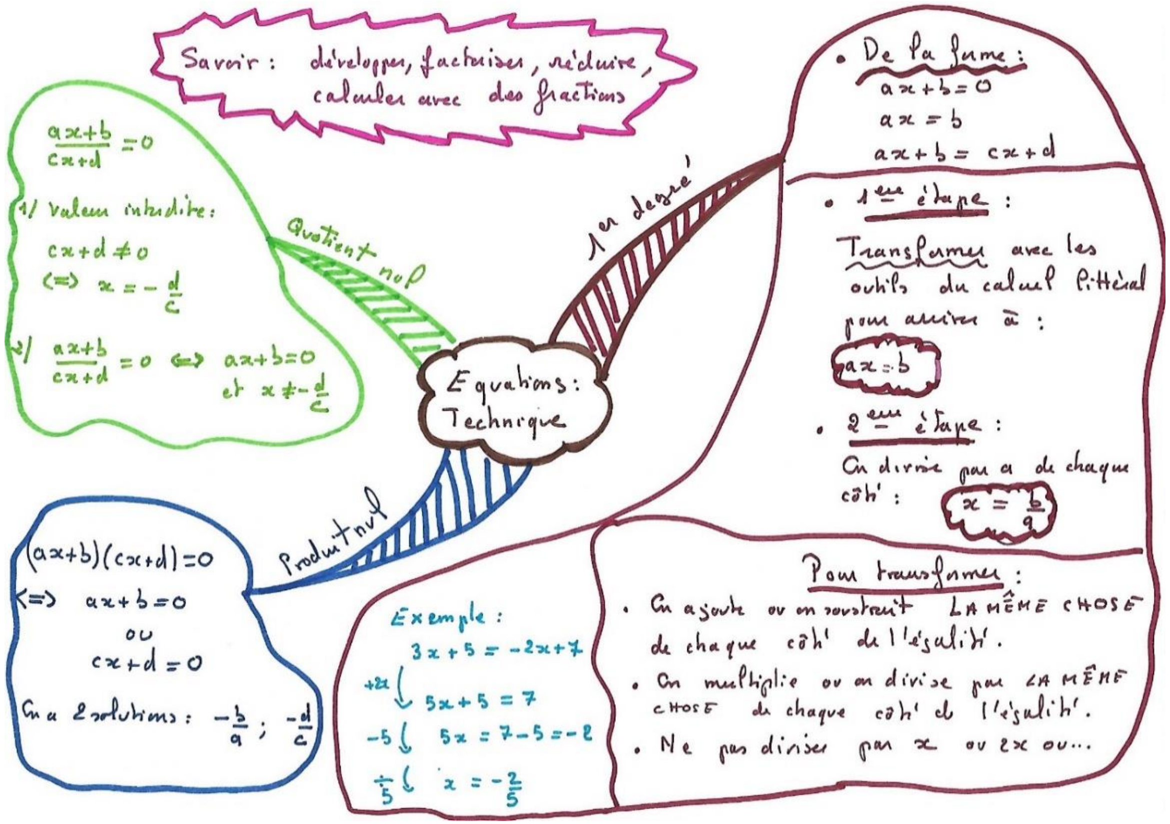
Avec quoi ? : est la question concernant les associations d'idées. La capacité à faire des associations d'idées est fondamentale pour la réflexion, autrement dit pour faire un exercice de mathématiques. On peut déjà partir du vocabulaire, les mots mathématiques étant des mots du langage français, ils évoquent forcément quelque chose dans ton esprit, qui peut être une aide ou au contraire apporter une confusion (par exemple « inverse » et « opposé » comme vu précédemment). Cela permet de se rendre compte qu'on est en train de faire une confusion (dans ce cas il sera judicieux de faire une carte « triples bulles »), ou bien se rendre compte « que c'est pareil », ce qui facilite la mémorisation.

La question **Comment ?** concerne les théorèmes et propriétés du cours. Cela permet de se rendre compte de ce qu'on peut faire avec ces objets, comment on peut les manipuler. Ce sont les outils pour faire les exercices.

La question **Pour quoi ? (Pour quoi faire ?)** concerne les questions que l'on pose en exercices. Comment est construit un problème sur le thème, à quelles questions me permet de répondre tel théorème, quand est-ce que je dois y penser. Cela permet d'anticiper les questions que l'on va rencontrer en exercices, et de faire le lien entre les théorèmes et leur utilisation. Car c'est bien beau de connaître ses identités remarquables, si on ne sait pas que cela sert à factoriser, cela ne sert à rien.

Par utilisation, techniques, questions posées en exercices

Cette méthode est bien adaptée pour retenir une technique, quasi algorithmique (résoudre une équation du premier degré par exemple), ou quand, face à un sujet, il y a un ordre de questions à se poser. On peut aussi repérer qu'en exercices on pose souvent certaines questions et faire une carte suivant ce plan, ou encore quand il y a différentes manières de résoudre le même problème.



Avec le plan du cours

Il s'agit simplement de suivre le plan du cours. C'est souvent un bon début pour construire une carte mentale.

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Comment utiliser ses cartes mentales

Une fois les cartes mentales faites, il s'agit bien de les utiliser ! Les utiliser permet également de se rendre compte si elles sont bien faites ou pas, c'est-à-dire si elles servent à « mémoriser, comprendre et réfléchir ».

Pour comprendre

Faire la carte mentale sur un thème, surtout si on se pose les cinq questions pour comprendre, permet justement de comprendre en profondeur la notion. On pourra noter que s'il est indispensable de se poser ces cinq questions, il n'est pas nécessaire de noter les réponses aux cinq questions sur une carte.

Pour mémoriser et réviser

Une fois la carte mentale faite, il reste à l'apprendre. Les couleurs et la disposition dans l'espace vont aider à la mémorisation. On peut également lire la carte à voix haute, et la raconter (dire des détails qui ne sont pas notés dans la carte). Idéalement, se mettre en situation de faire un cours (seul ou à un ou plusieurs camarades), en utilisant la carte comme pense-bête.

En mathématiques tout particulièrement, on ne peut pas se permettre d'oublier des notions, car tout sert à tout. Il faut donc garder ses connaissances actives. Chaque week-end, on peut se donner pour objectif de réviser deux ou trois notions vues précédemment. Pour cela on commence par recréer la carte mentale sur un brouillon, puis on compare avec l'original, et on complète si besoin.

Pour réfléchir

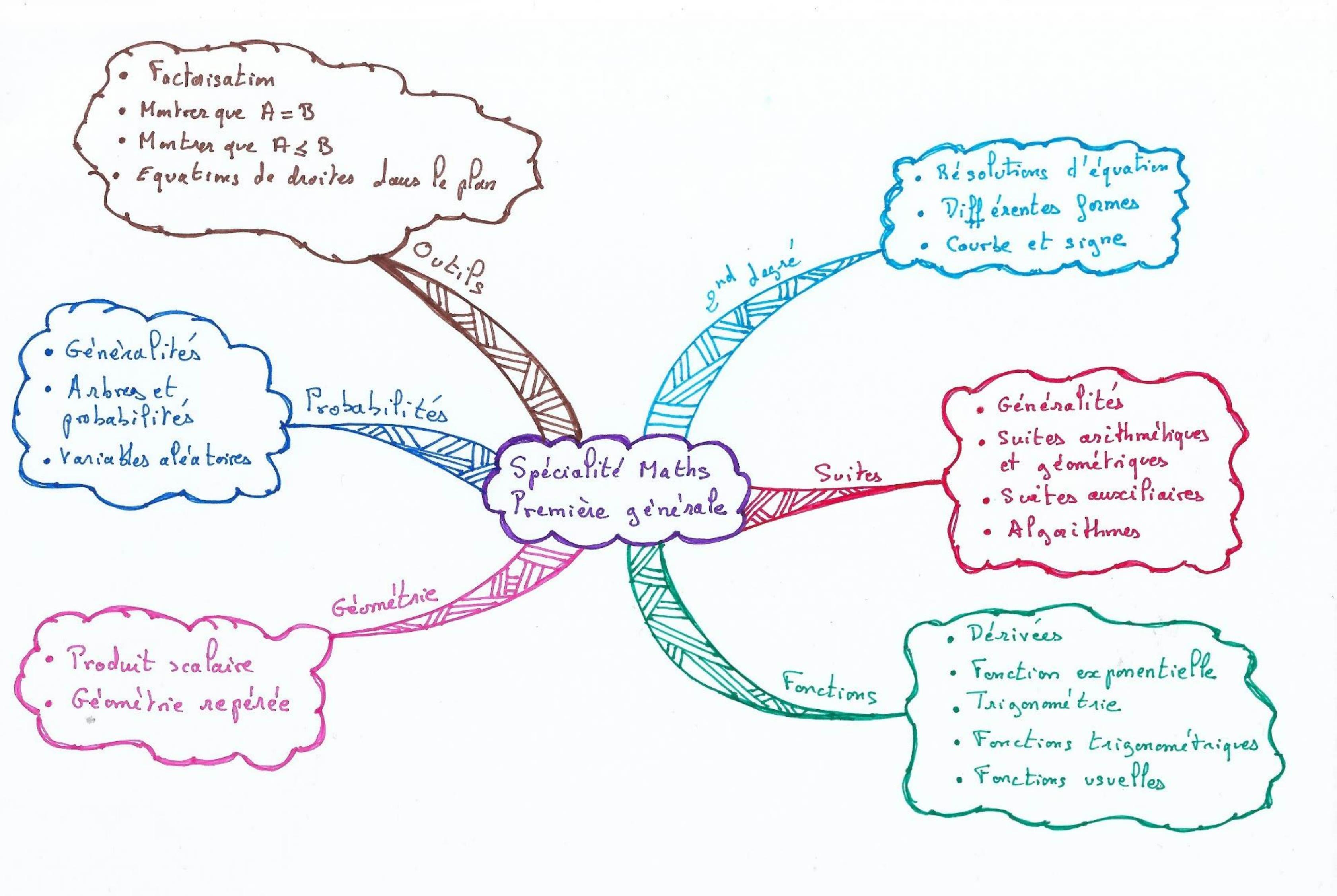
Réfléchir, c'est justement faire des allers-retours entre le problème posé et ses connaissances. Les idées ne viennent pas de nulle part, la solution n'arrive pas instantanément à l'esprit. Il faut justement aller la chercher. Mais où ? Dans ta carte mentale justement ! Je préconise donc de faire les exercices avec la ou les cartes mentales sous les yeux, et de bien repérer quelle partie de la carte sert à quel genre de questions. Et aussi de matérialiser ces allers-retours par les mouvements des yeux, par l'énoncé à voix haute des propriétés utilisées. Cela permet en outre de renforcer la mémorisation.

Conclusion

Sans en faire une panacée indispensable, j'ai constaté dans ma pratique en libéral depuis 10 ans, que faire des cartes mentales est d'une grande aide pour la plupart des élèves. Bien sûr au départ, il faut accompagner les élèves dans la réalisation des cartes. Puis rapidement, ils s'emparent de cet outil, et s'en trouvent satisfaits.

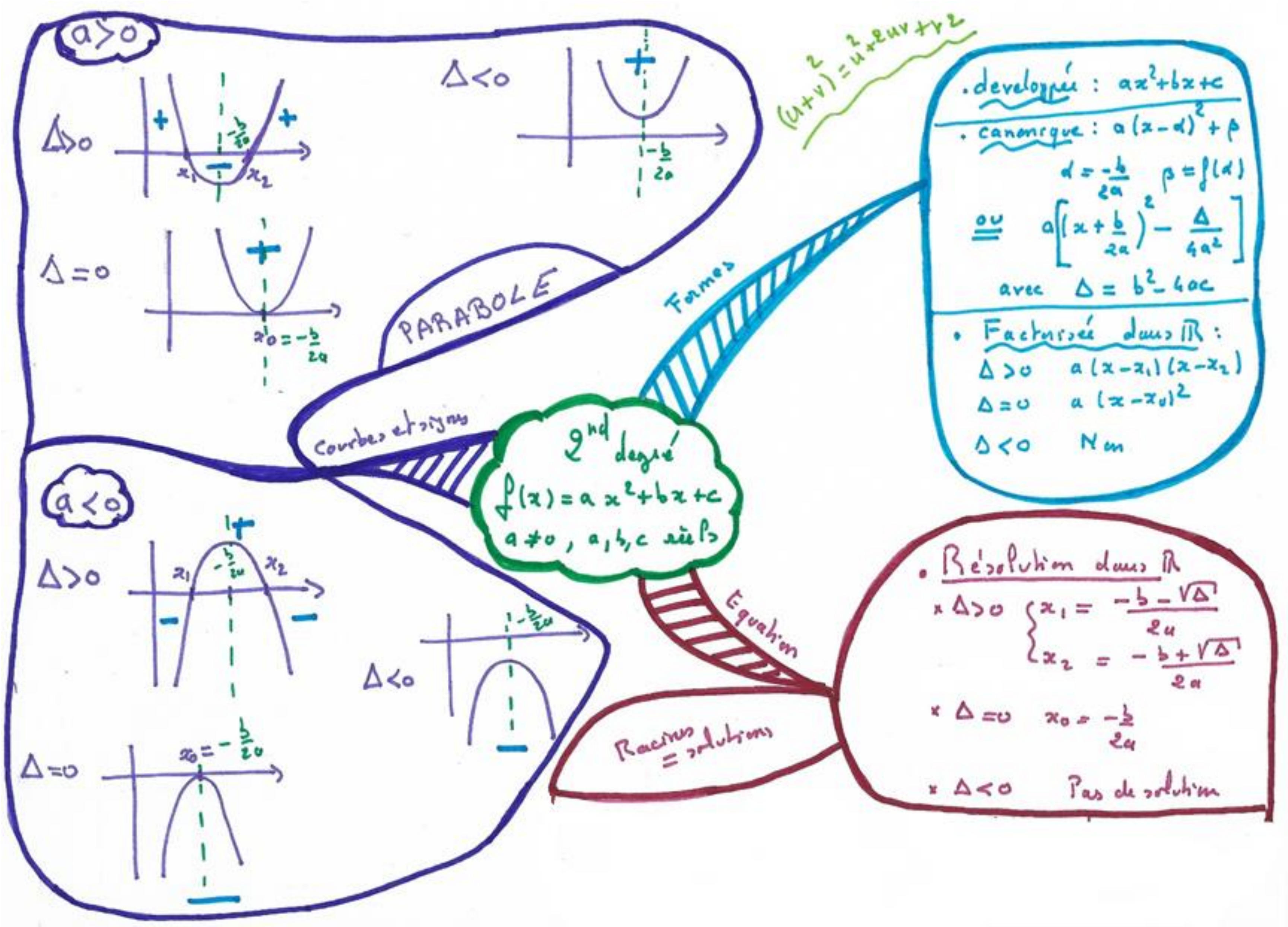
Tu trouveras dans ce fichier les cartes mentales essentielles en cours de première générale spécialité maths, dont tu pourras t'inspirer pour réaliser tes propres cartes.

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Le second degré

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les suites

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Suites généralités (U_n)

Quoi ?

- $u_0, u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots$ des nombres qui se $\boxed{\text{suivent}}$
- $n \longmapsto u_n$ (fonction)
- 

- "La suite des décimales de π" :
(3) 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, ...
(pas de formule, pas de logique)
- En exercice définie par
  - × Par récurrence
  $u_{n+1} = f(u_n)$
  ex : $u_{n+1} = 3 + u_n$
  - × Explicitement, par une formule explicite
  $u_n = f(n)$
  ex : $u_n = 3n^2 + \sqrt{n}$

Dans les exercices

- Montrer qu'elle est majorée (minorée)
il existe M tel que pour tout n, $u_n \leq M$
($u_n \geq M$)
- majorée + minorée = bornée
- Montrer qu'elle est croissante (décroissante)
Pour tout n, $u_n \leq u_{n+1}$ ($u_n \geq u_{n+1}$)
- Passer d'une formule de récurrence à une formule explicite
- Trouver la limite quand $n \to +\infty$
- Trouver un seuil :
ex : n_0 pour que $u_n \geq 10$ pour $n \geq n_0$

Dans la vie

- Suite des températures
- Evolution de la taille d'un enfant, d'une population
- Evolution du capital d'un compte épargne
- Tout phénomène mesuré régulièrement dans le temps.

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Suites

Arithmétiques +

Définition : $u_{n+1} = r + u_n$

r : la raison

Propriétés :

$u_n = u_0 + nr$

$u_n = u_1 + (n-1)r$

$u_n = u_p + (n-p)r$

Somme : $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$u_0+u_1+\dots+u_n = (n+1)u_0 + r\frac{n(n+1)}{2}$

$p<n$: $u_p+\dots+u_n = (n-p+1)\frac{u_p+u_n}{2}$

Limites :

Si $r>0$ $u_n \to +\infty$

Si $r<0$ $u_n \to -\infty$

Variations

$(u_n)\nearrow \Leftrightarrow r \geqslant 0$

$(u_n)\searrow \Leftrightarrow r \leqslant 0$

Suites

- Définies par récurrence
- Forme explicite connue
- Servent de suites auxiliaire pour passer de

$u_{n+1} = f(u_n)$

à

$u_n = g(n)$

Géométriques ×

Définition : $u_{n+1} = q \times u_n$

q : la raison

$(q \neq 1, \neq 0)$

Propriétés :

- $u_n = q^n u_0$
- $u_n = q^{n-1} u_1$
- $u_n = q^{n-p} u_p$

Somme : $1+q+\dots+q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

$p<n$: $u_p+\dots+u_n = u_p \times \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$

Limites :

$q^n \to 0 \Leftrightarrow |q|<1$

$q^n \to +\infty \Leftrightarrow q>1$

Variations : Si $q>0$!

$(q^n)\nearrow \Leftrightarrow q>1$

$(q^n)\searrow \Leftrightarrow 0 \leq q < 1$

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Suite auxiliaire

C'est quoi ?

- Une suite définie en fonction d'une autre, qui va servir d'intermédiaire.
- Exemple :

$$(u_n) : \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases}$$

et (v_n) :

$$\underbrace{v_n = u_n - 1.}_{\text{la suite auxiliaire.}}$$

Pourquoi ?

- Trouver u_n en fonction de n, en passant par une suite arithmétique ou géométrique. (En général.)
- Ou trouver la limite de (u_n) en passant par celle de (v_n) ...

Exemple

- $u_0 = 2$, $u_{n+1} = 3u_n - 2$. $v_n = u_n - 1$. Montrer que (v_n) est géométrique, en déduire u_n en fonction de n.

1 → 2 : $v_{n+1} = u_{n+1} - 1$

2 → 3 : $v_{n+1} = (3u_n - 2) - 1$

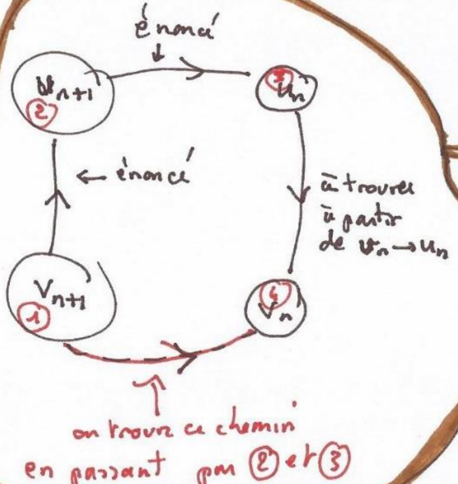
$v_{n+1} = 3u_n - 3$

3 → 4 : On a $u_n = v_n + 1$

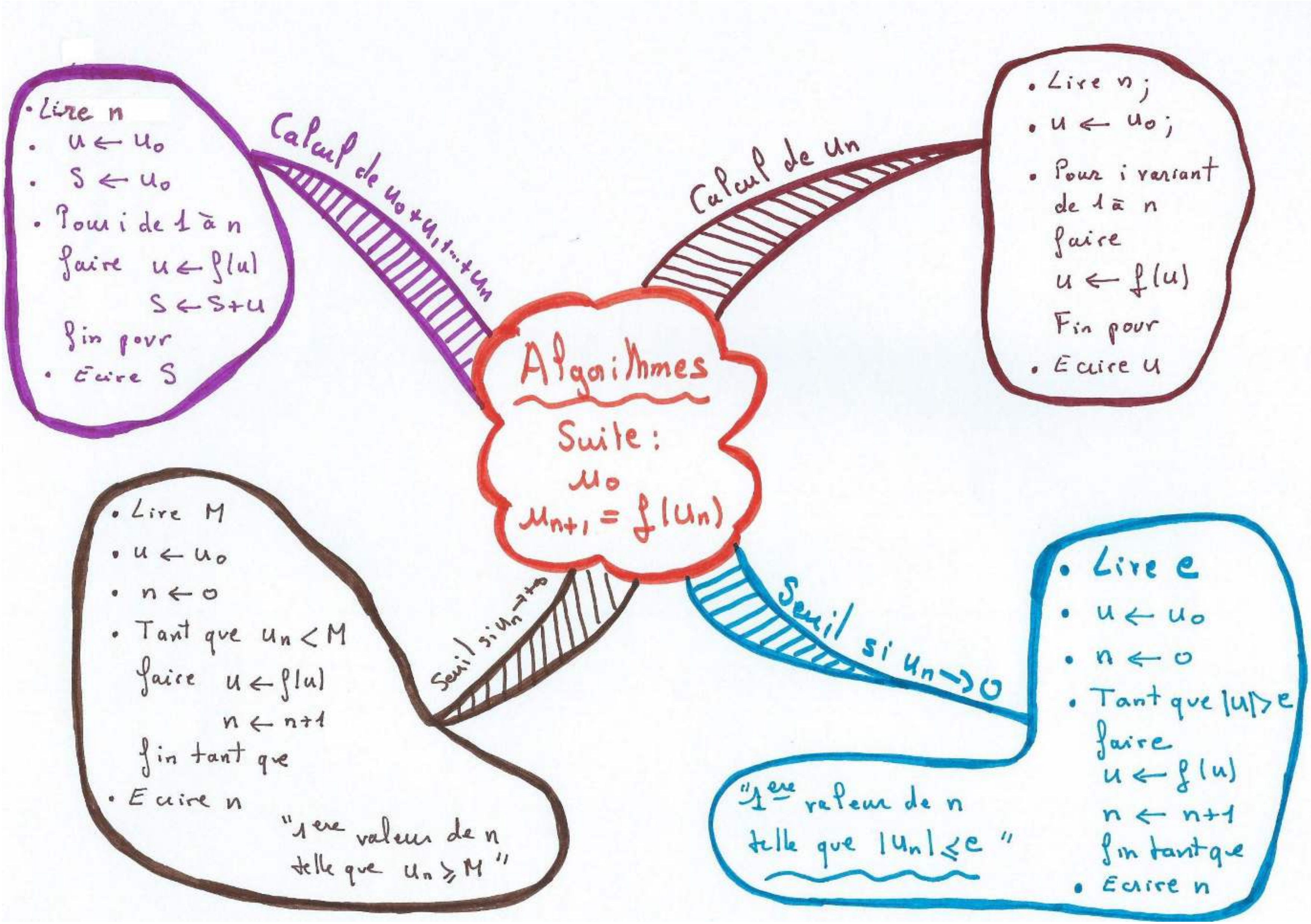
donc $\underline{v_{n+1}} = 3(v_n + 1) - 3 = \underline{3v_n}$.

D'où $v_n = 3^n v_0$, $\underline{u_n} = 3^n(2-1)+1 = \underline{3^n + 1}$

Méthode



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les fonctions

Dérivées

Fonction exponentielle

Trigonométrie

Fonctions trigonométriques (sinus, cosinus)

Fonctions usuelles

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Dérivées

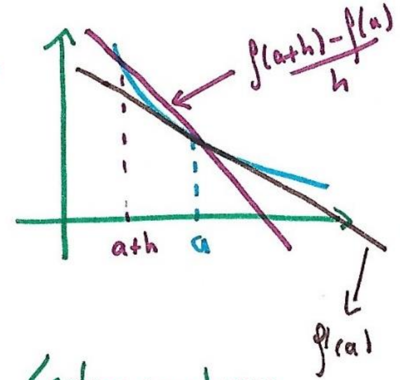
Revoir les équations de droites

Sert à

- Étudier des fonctions
- Trouver des max, min.
- Préciser la courbe (tangente)
- Valeur approchée de $f(a+h)-f(a) \simeq f'(a)\cdot h$

Quoi ?

- $f'(a) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$



Lecture graphique

- La tangente en a :

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$\begin{cases} \text{Droite passant par } (a, f(a)) \\ \text{coefficient directeur : } f'(a) \end{cases}$

Tableau de variation

$f' \geq 0 \Rightarrow f \nearrow$

$f' \leq 0 \Rightarrow f \searrow$

On s'intéresse au signe de $f'(x) \longrightarrow$ factoriser !

max ou min $\longrightarrow f'(a) = 0$ ou au bord.

x	
$f'(x)$	+ 0 − 0 +
f	$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

Fonction f'

- Opérations

$(ku)' = k\,u'$

$(u+v)' = u' + v'$

$(uv)' = u'v + v'u$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$

$\big(f(ax+b)\big)' = a\,f'(ax+b)$

- $x \longrightarrow f'(x)$
- Dérivées usuelles

$(x^n)' = n x^{n-1}$	$(u^n)' = u' n u^{n-1}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = u' e^u$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos(u))' = -u' \sin(u)$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin(u))' = u' \cos(u)$

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Fonction exponentielle exp, e

Quoi ?

- La seule fonction solution de : $f' = f$, $f(0) = 1$
- Transforme une somme en produit $e^x > 0$!
- Toujours strictement positive
- Notée : e^x ou $\exp(x)$

Equations

$e^a = e^b \iff a = b$

$e^a > e^b \iff a > b$

ex : $e^{x^2-4} = 1$

$\iff x^2 - 4 = 0.$

Formules

$\boxed{e^{a+b} = e^a \times e^b}$ → la base

$e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

$e^{nx} = (e^x)^n \quad n \in \mathbb{Z}$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

- $e^{\frac{1}{2}x} = \sqrt{e^x}$
- $e^{\frac{x}{n}} = (e^x)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{e^x}$

Fonction

$(e^x)' = e^x$

$(e^u)' = u'e^u$

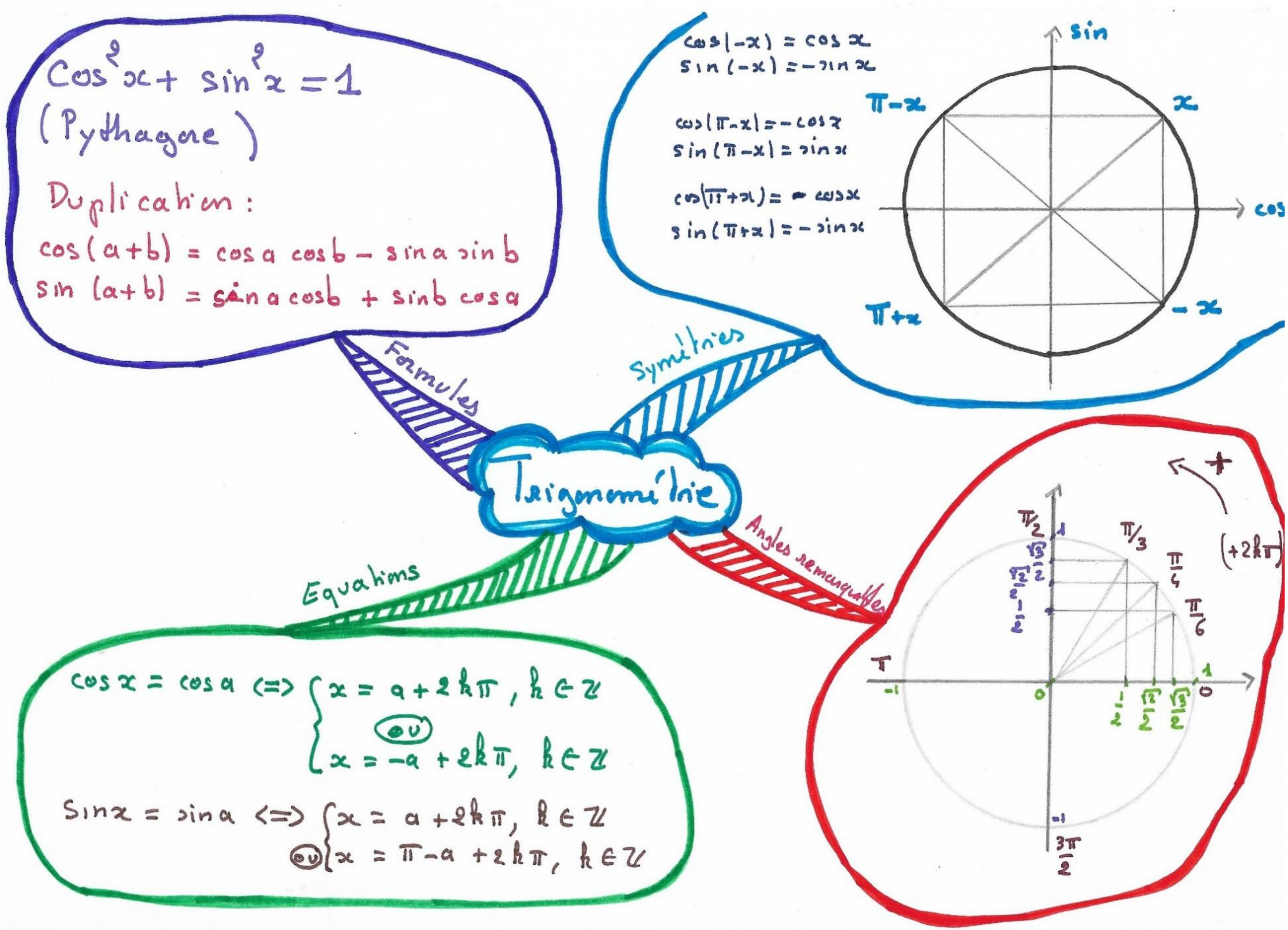
x	$-\infty$	0	$+\infty$
e^x	0	1	$+\infty$

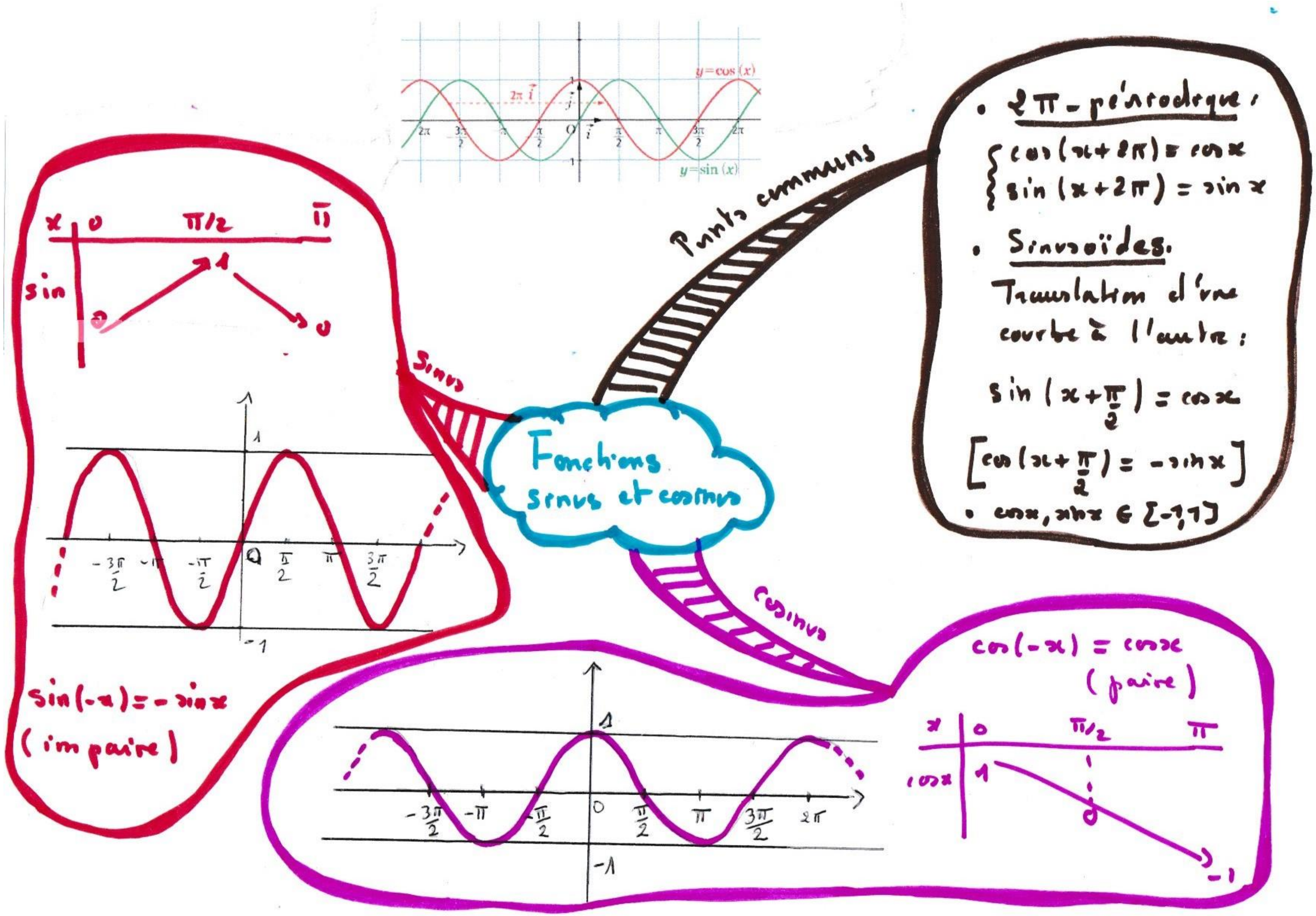
$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

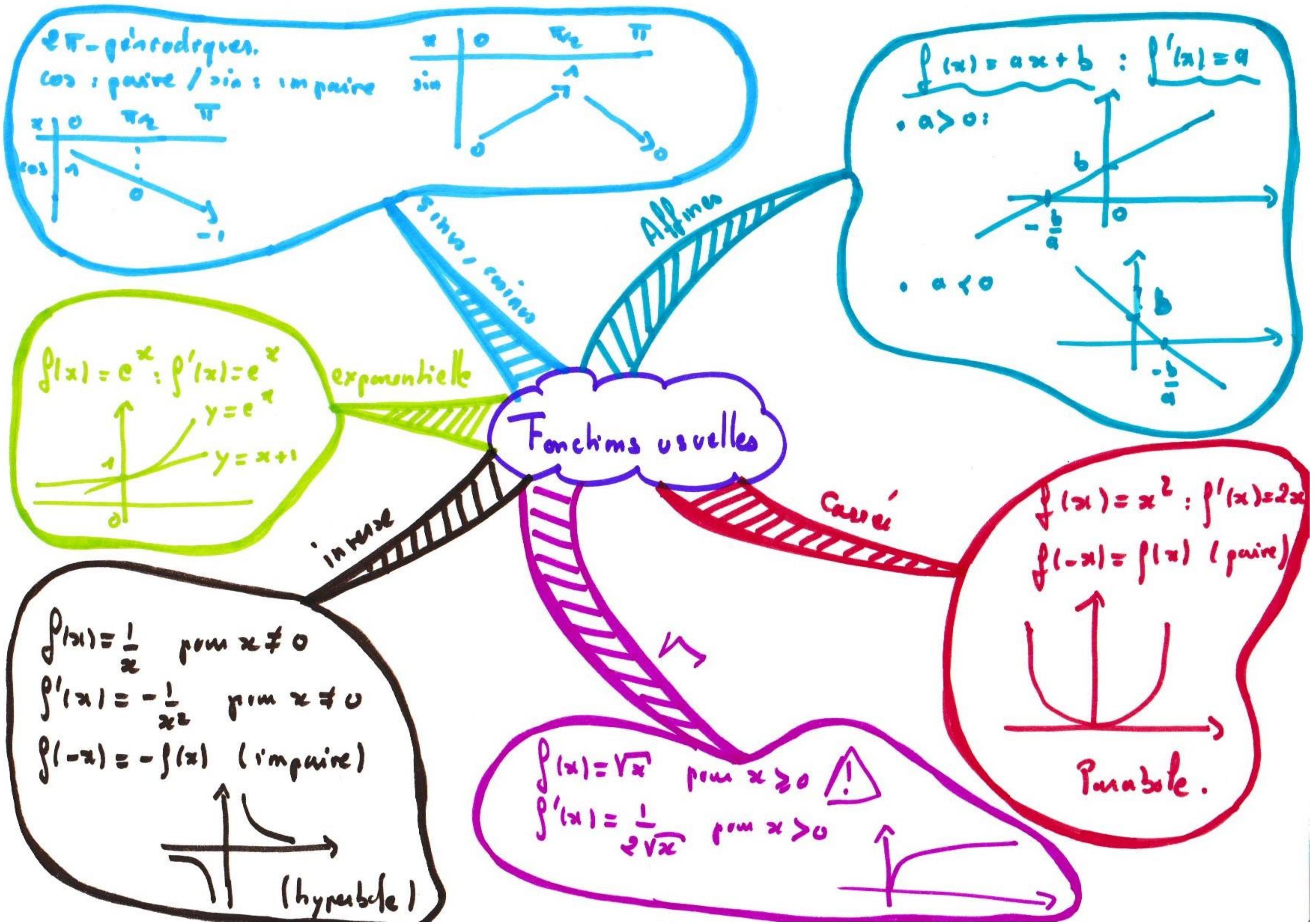
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr




Fonctions sinus et cosinus
Sinus
x | 0 | π/2 | π
sin | 0 ↗ 1 ↘ 0
1
-1
$-\frac{3\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{\pi}{2}$ O $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$
sin(-x) = - sin x
(impaire)
Points communs
• 2π - périodique :
cos (x + 2π) = cos x
sin (x + 2π) = sin x
• Sinusoïdes.
Translation d'une courbe à l'autre :
sin (x + π/2) = cos x
[cos (x + π/2) = - sin x]
• cos x, sin x ∈ [-1 ; 1]
Cosinus
cos(-x) = cos x
(paire)
x | 0 | π/2 | π
cos x | 1 ↘ 0 ↘ -1
1
-1
$-\frac{3\pi}{2}$ $-\pi$ $-\frac{\pi}{2}$ O $\frac{\pi}{2}$ π $\frac{3\pi}{2}$ 2π
y = cos (x)
y = sin (x)
2π $\vec{i}$


Fonctions usuelles
sinus / cosinus
2π-périodiques.
cos : paire / sin : impaire
x | 0 | $\pi/2$ | π
cos | 1 | 0 | -1
x | 0 | $\pi/2$ | π
sin | 0 | 1 | 0
Affines
$f(x) = ax + b$: $f'(x) = a$
• $a > 0$:
b
0
$-\frac{b}{a}$
• $a < 0$
b
$-\frac{b}{a}$
Carré
$f(x) = x^2$: $f'(x) = 2x$
$f(-x) = f(x)$ (paire)
Parabole.
$\sqrt{\ }$
$f(x) = \sqrt{x}$ pour $x \geq 0$
$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ pour $x > 0$
inverse
$f(x) = \frac{1}{x}$ pour $x \neq 0$
$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ pour $x \neq 0$
$f(-x) = -f(x)$ (impaire)
(hyperbole)
exponentielle
$f(x) = e^x$: $f'(x) = e^x$
$y = e^x$
$y = x+1$
1
0

Géométrie

Produit scalaire dans le plan

Géométrie repérée

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Produit scalaire dans le plan.

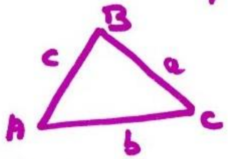
$\vec{u}.\vec{v}$ = réel

Propriétés

- $(AB) \perp (AC) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$

  → sert à montrer que des droites sont ⊥, qu'un triangle est rectangle

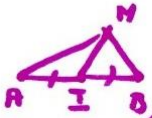
- Al-Kashi (→ Pythagore)



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

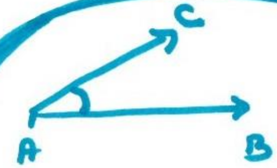
→ sert à calculer des angles, des longueurs

- $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$



- $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow M \in$ Cercle de diamètre [AB]

Norme et angle

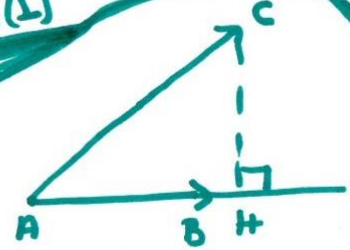


$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$AB = \|\overrightarrow{AB}\|$

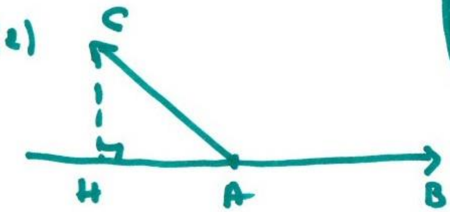
Projeté orthogonal (⊥)

(1)



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AH$

(2)



$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -AB \times AH$

B.O.N.

$(\vec{i}, \vec{j})$ base orthonormée

$\vec{u}(x, y)$; $\vec{v}(x', y')$

$\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$

Calculs

- $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$; $\vec{u}.\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$
- $\vec{u}.(\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$
- $(k\vec{u}).\vec{v} = k(\vec{u}.\vec{v})$
- $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\vec{u}.\vec{v}$
- $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\vec{u}.\vec{v}$
- $(\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} - \vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$

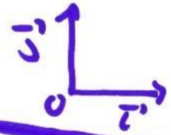
Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Droites, cercles et paraboles (géométrie repérée)

En base (repère) orthonormé

$(\vec{i}, \vec{j})$ base $\quad (O, \vec{i}, \vec{j})$ repère

$\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \quad \vec{i} \perp \vec{j}$



Paraboles

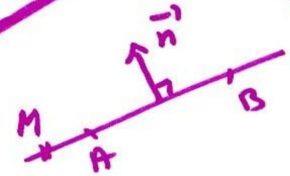
$y = ax^2 + bx + c$

$\Leftrightarrow y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \alpha$

avec $\alpha = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

Sommet $\left(-\frac{b}{2a}, \alpha\right)$

Vecteur normal



$\vec{n}(a, b)$

- $\vec{n}$ normal à (AB) $\Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$
- $M \in (AB) \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$

Cercles

- $\mathcal{C}$: de centre I, rayon r

$M \in \mathcal{C} \Leftrightarrow IM^2 = r^2$

$\Leftrightarrow (x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 = r^2$

- $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$

$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$

- $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

Cercle si $-c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} > 0$

$\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$

Equation de droite

$ax + by + c = 0$

(a, b) vecteur normal

$(-b, a)$ vecteur directeur

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les probabilités

Généralités

Arbres et probabilités

Variables aléatoires

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Probabilités Généralités

Formules

- **Probabilité conditionnelle :**

$P_B(A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ → On sait que B est réalisé

(A sachant B)

- **Probabilités totales**

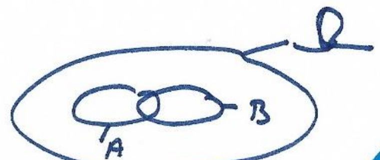
$P(B) = P(B\cap A_1)+P(B\cap A_2)+\dots$

avec $\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \dots$

et $A_1 \cap A_2 = \emptyset, \dots$

Univers

- Ω l'univers, est composé d'issues
- Les parties de Ω sont les évènements.
- $\emptyset$: partie vide = évènement IMPOSSIBLE.
- Ω : évènement CERTAIN
- $\{\omega\}$: évènement élémentaire (1 seule issue)

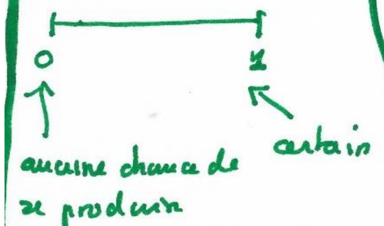


Probabilité

$P : A \to x \in [0,1]$

$P(\emptyset)=0$

$P(\Omega)=1$



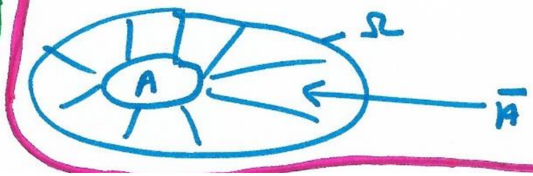
- $P(\{\omega_1\})+\dots+P(\{\omega_n\}) = 1$
- $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- $A\cap B=\emptyset$: A et B incompatibles
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

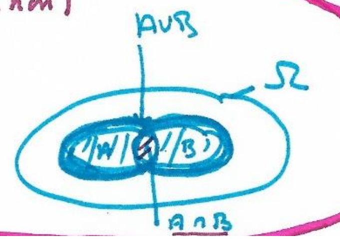
Opérations évènements

$A\cup B$ union (ou)

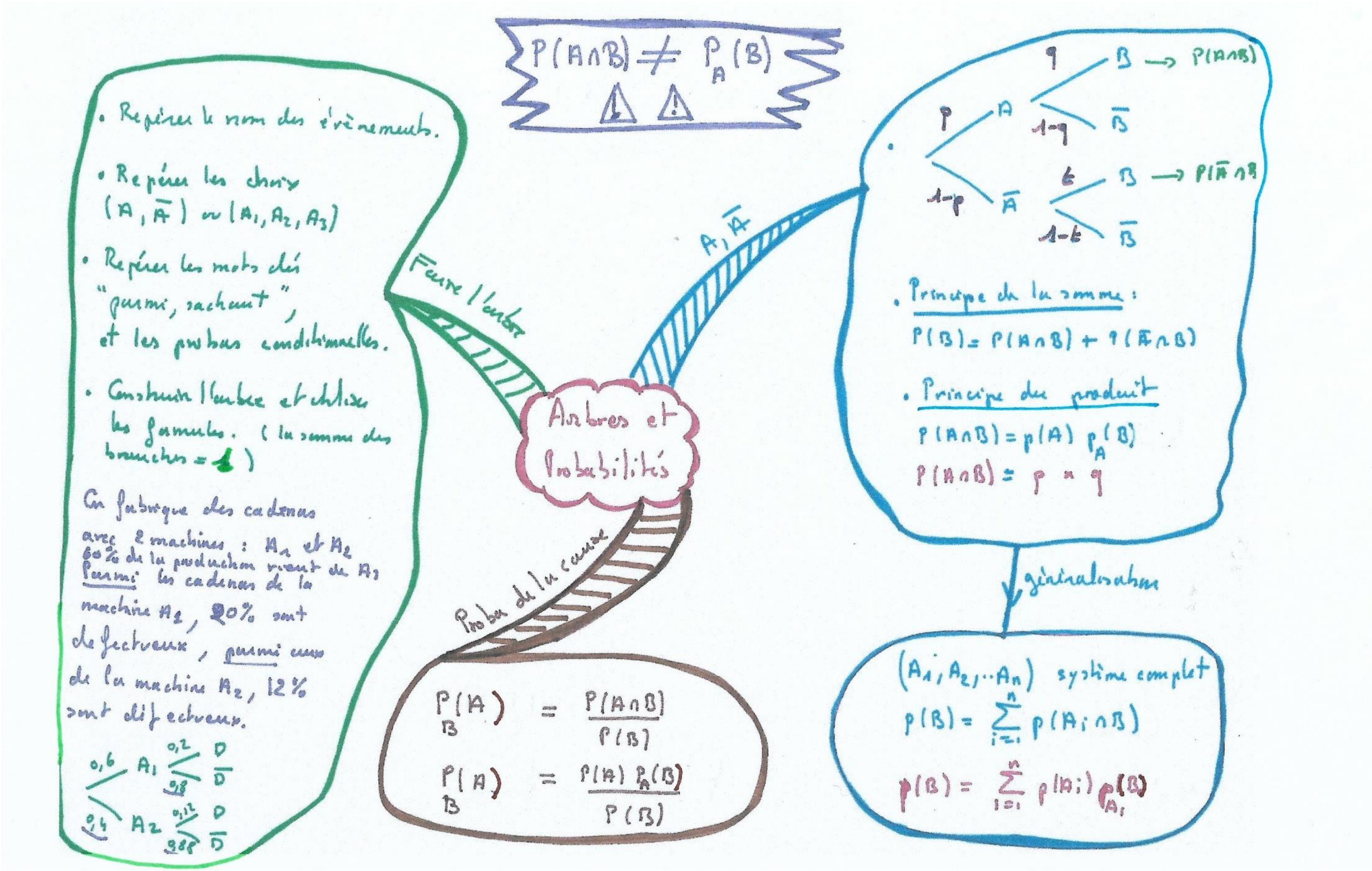
$A\cap B$ intersection (et)

$\overline{A}$ complémentaire (non)





Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Variables aléatoires discrètes X

Quoi

- $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$

  A chaque issue on associe un nombre.

- Résultat du lancer de dé

  Nombre de succès

  Somme d'argent gagné.

  ...

- $X(\Omega) = \{x_1, \cdots x_n\}$

  $P(X = x_i) = p_i$

  $p_1 + \cdots + p_n = 1$

X	x_1	....	x_n
p_i	p_1	..	p_n

Loi

- Moyenne = Espérance

  $E(X) = p_1 x_1 + \cdots + p_n x_n$.

Variance

$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$

$V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m)^2 p_i$

où $m = E(X)$

Formules

Si :

$x_1 < x_2 < \dots < x_n$

- $P(X \leq x_k) = P(X = x_1) + \cdots + P(X = x_k)$
- $P(X > x_k) = 1 - P(X = x_k)$

  $= p(X = x_{k+1}) + \cdots + p(X = x_n)$

Lois usuelles

- **Loi binomiale** $B(n, p)$

  Nombre de succès dans la répétition de n expériences de Bernoulli indépendantes et identiques.

  $E(X) = np$.

- **Loi de Bernoulli** $B(p)$

  Succès $= 1$

  Echec $= 0$

  $P(X = 1) = p$. $E(X) = p$.

- **Loi uniforme** : Equiprobabilité

  $P(X = x_1) = P(X = x_2) = \cdots = P(X = x_n) = \frac{1}{n}$

  Exemple : Lancer d'un dé. Chaque nombre de 1 à 6 : proba $\frac{1}{6}$

Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Outils mathématiques

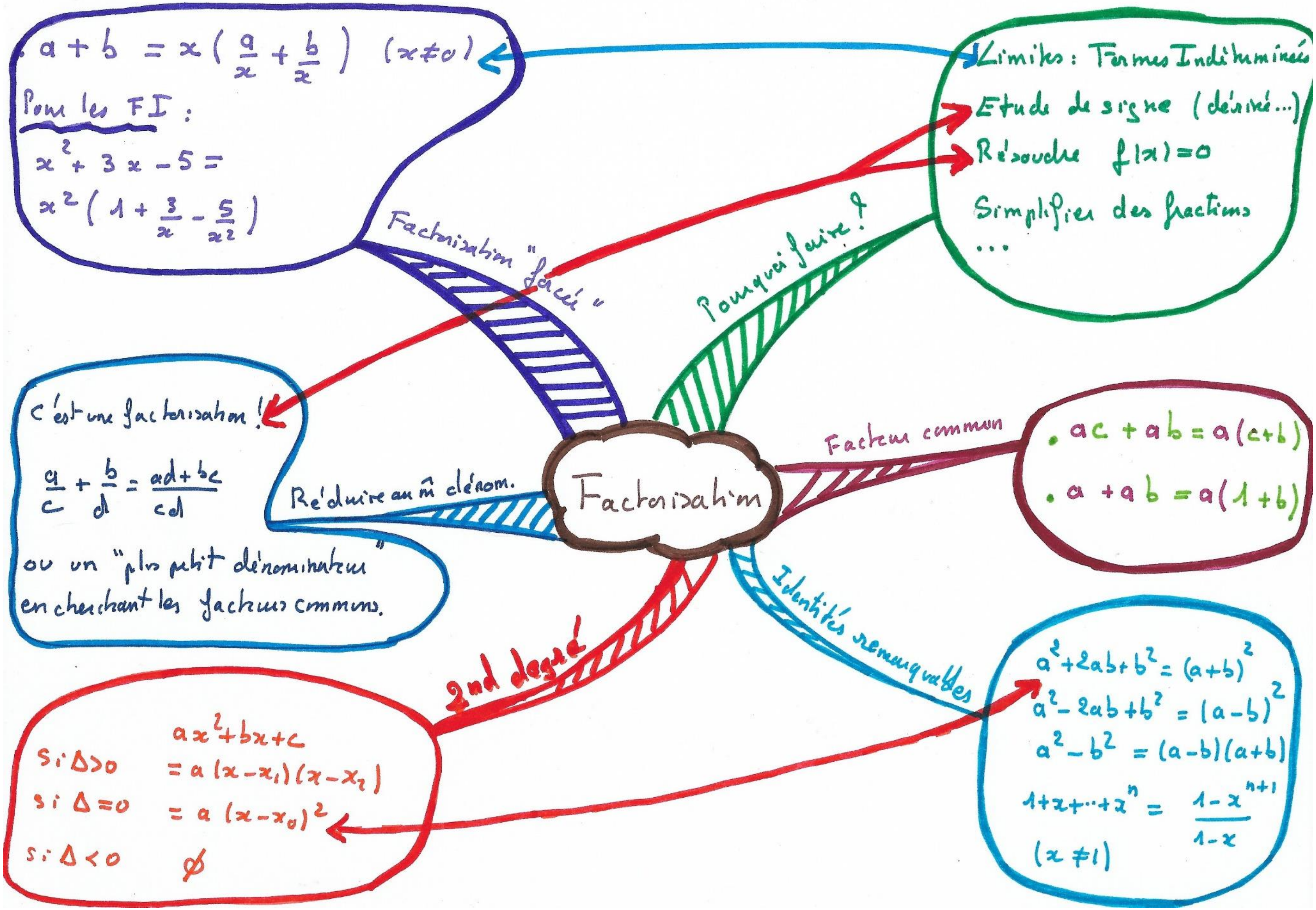
Factorisation

Montrer que A=B

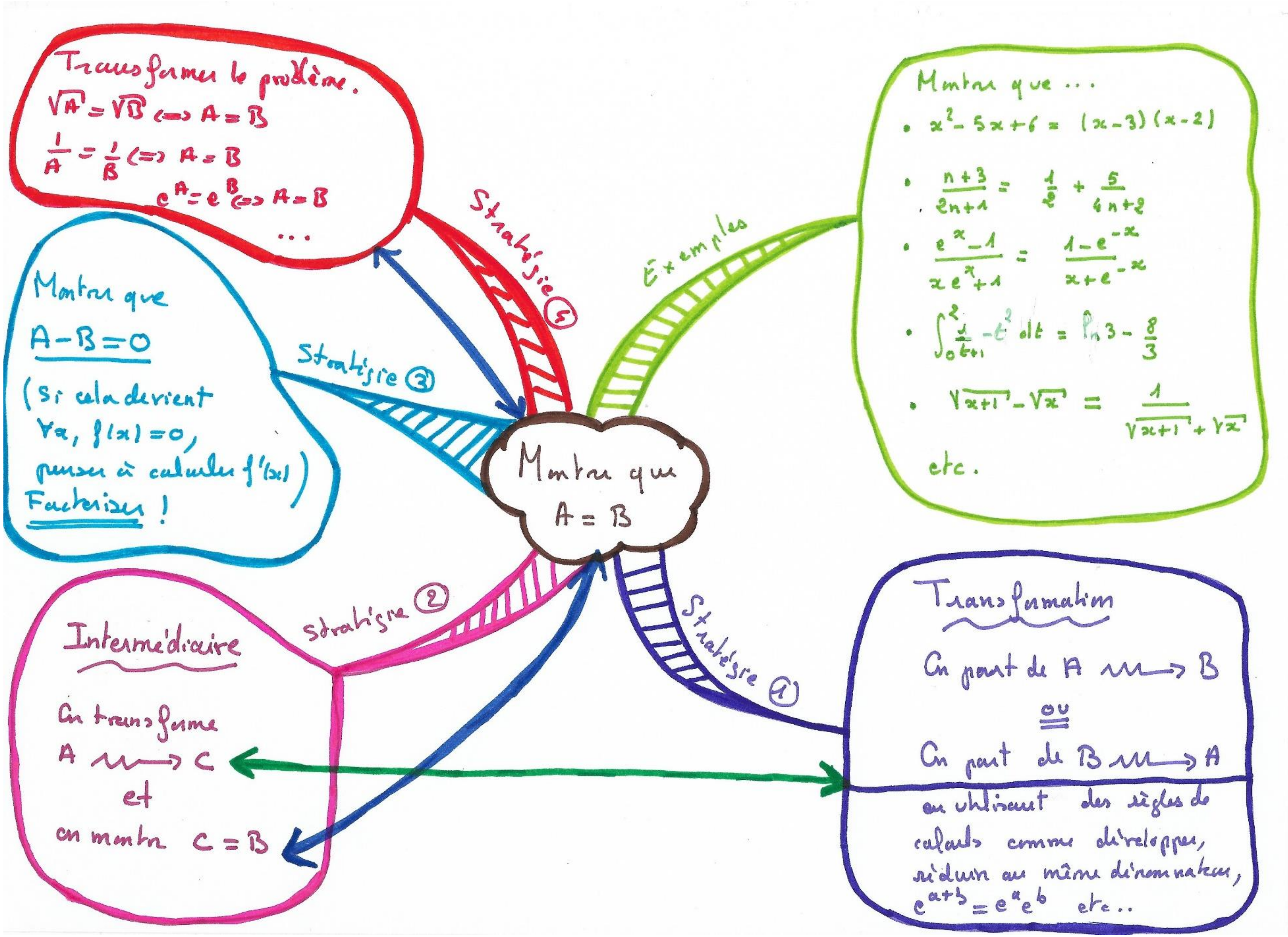
Montrer que A <=B

Equations de droites dans le plan

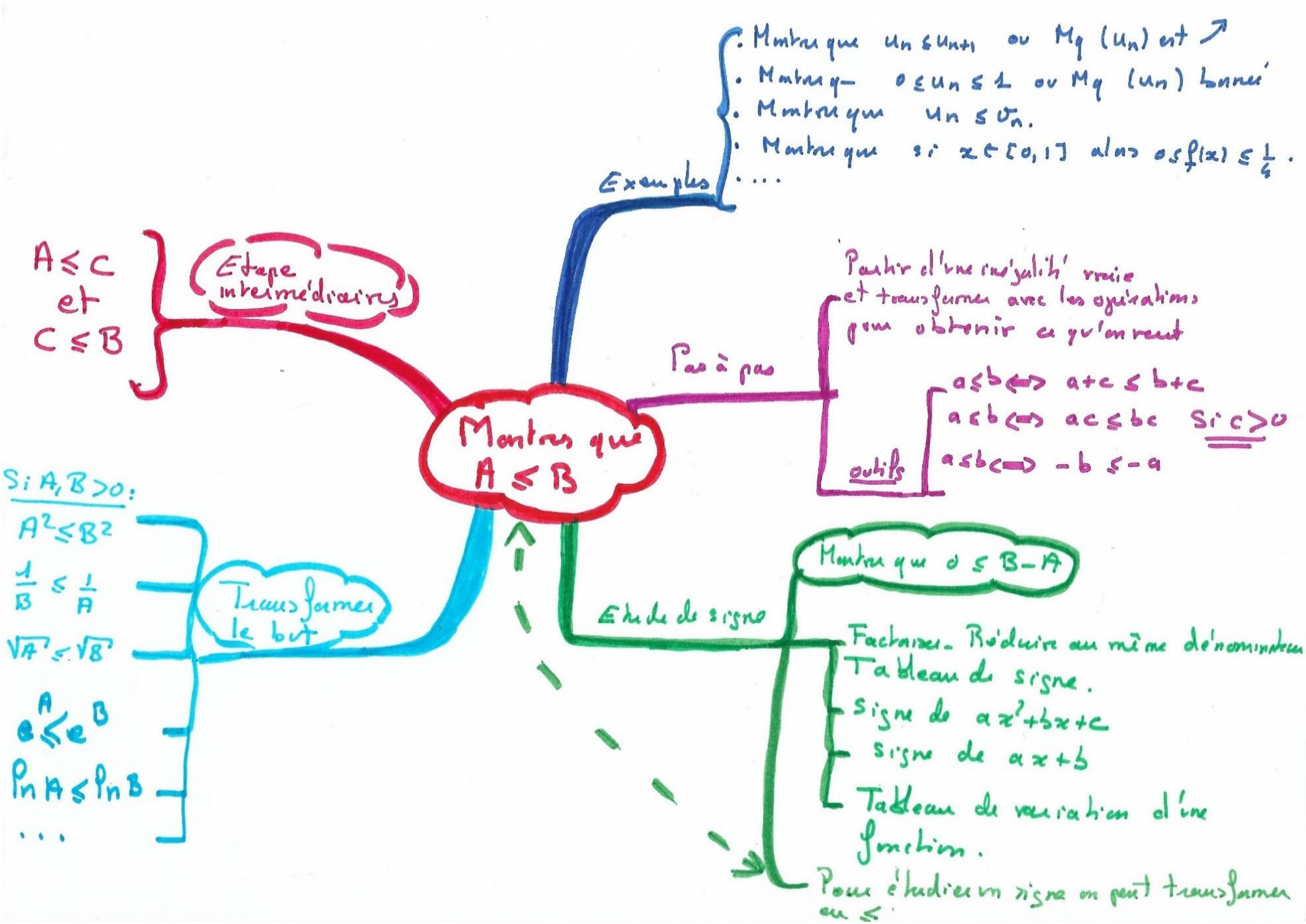
Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Auteure : Agnès Rigny www.mathssansstress.fr



Equations de droites dans le plan

Cas de la tangente

Tangente à C_f au point d'abscisse a

$$y = \underbrace{f'(a)}_{\text{coefficient directeur.}}(x-a) + f(a)$$

→ détermination de $f'(a)$ connaissant 2 points de la tangente.

Détermination de m et p

$(d) = (AB)$ $(\not\parallel Oy)$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$p = y_A - m x_A$$

Equations cartésiennes

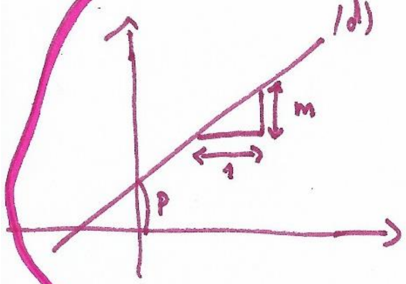
- $(d) : ax + by + c = 0$
  $\vec{u} = (-b, a)$ vecteur directeur
- $(d') : a'x + b'y + c' = 0$

→ $(d) \parallel (d')$: (a, b) et (a', b') proportionnels
$\Leftrightarrow ab' - ba' = 0$

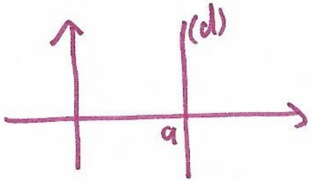
→ $(d) = (d')$:
(a, b, c) et (a', b', c') proportionnels

→ $(d) \cap (d') = \{A\}$ si $(d) \not\parallel (d')$
Les coordonnées de A solution de
$$\begin{cases} ax + by = -c \\ a'x + b'y = -c' \end{cases}$$

Equation réduite



- Si $(d) \parallel Oy$:
  $x = a$



- Si $(d) \not\parallel Oy$: $y = mx + p$
  Unique équation
  m = coefficient directeur
  p = ordonnée à l'origine

$(d') : y = m'x + p'$

$(d) \parallel (d') \Leftrightarrow m = m'$

$(d) = (d') \Leftrightarrow m = m'$ et $p = p'$