

Les cartes mentales ou Mind-Map

Le cerveau et les cartes mentales

Ton cerveau est composé de **deux hémisphères**, reliés entre eux. Les cerveaux droit et gauche. Même si on découvre avec les avancées des neurosciences que cela ne se passe pas aussi caricaturalement que ce que je vais dire, **le cerveau droit et le cerveau gauche** ne servent pas aux mêmes choses. Le cerveau gauche s'occupe des concepts, de la logique et du raisonnement et le cerveau droit de l'intuition et de la créativité. Les cartes mentales font appel aux deux cerveaux et ça c'est parfait pour **booster la mémorisation**. C'est comme les jambes, ça fonctionne mieux avec deux ! En effet dans une carte mentale, les idées sont organisées et reliées entre elles, ordonnées, ce qui fait le bonheur du cerveau gauche, et les couleurs, les dessins, le côté « carte » fait appel à la créativité du cerveau droit.

Le cerveau est composé d'approximativement cent milliards de neurones, et l'information sous forme d'impulsion électrochimique circule d'un neurone à l'autre. Ils fonctionnent en réseau. Tu peux déjà remarquer que la carte mentale reproduit un mini réseau neuronal. C'est une des raisons qui la rendent si **efficace pour l'apprentissage**.

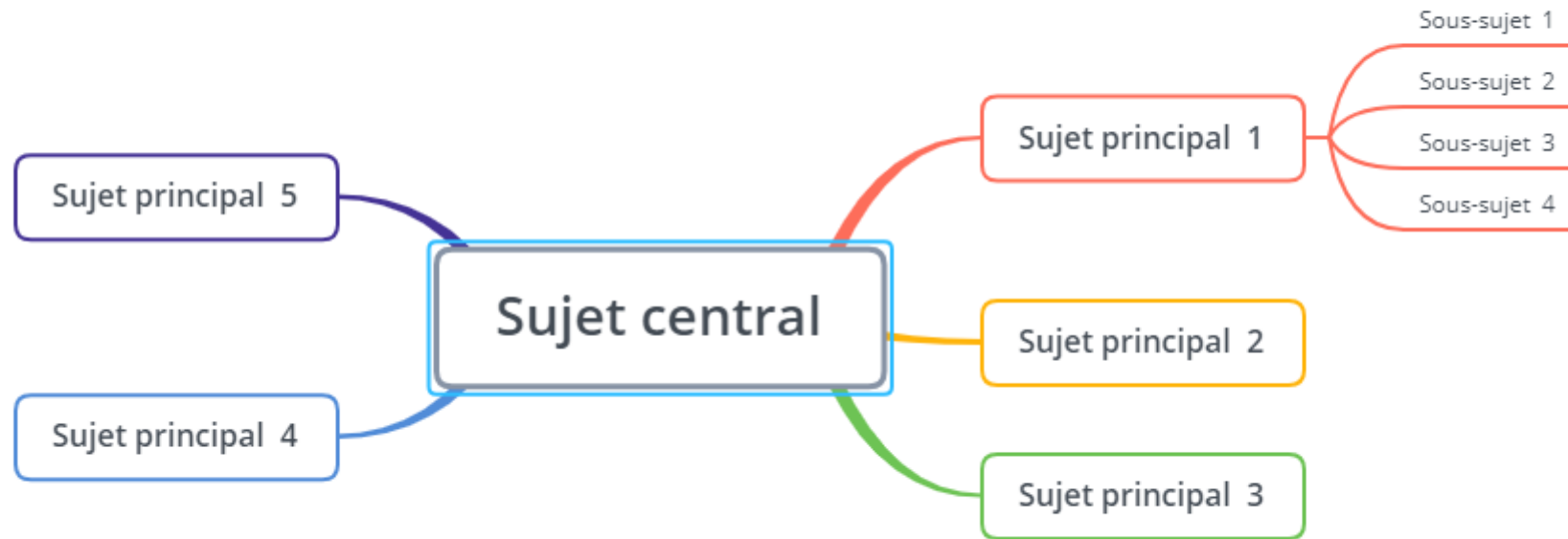
Comment on utilise une carte mentale

Ce qui est particulièrement intéressant avec une carte mentale, c'est de **la construire**. Car pendant ce temps-là, tu travailles activement, beaucoup plus activement que si tu relis ou recopies ton cours. C'est aussi l'occasion de laisser libre cours à **ta créativité** : il n'y a donc pas « une » bonne façon de faire une carte mentale à toi de te l'approprier et de trouver une façon qui te convienne et soit efficace pour toi. Tu les feras pour toi, donc ce n'est pas nécessaire qu'elles soient compréhensibles par d'autres.

La carte mentale centrée.

Elle est structurée autour d'un thème, qui représente **le noyau central**. De ce noyau partent plusieurs branches, chacune développant un sous-thème, puis de chaque sous-thème des liens vers d'autres. Pour ma part, j'aime bien les lire en commençant en haut à droite, et ensuite dans le sens des aiguilles d'une montre, mais pas d'obligation. On peut également faire des liens entre différentes sous parties. Quand on dessine une carte mentale, on représente concrètement les liens et ça nous aide à **comprendre et à apprendre**.

Tout est permis : on peut mettre un symbole à la place d'un mot, barrer des mots pour exprimer l'idée contraire, faire des schémas, écrire de plusieurs couleurs, ce qui aidera la mémorisation.

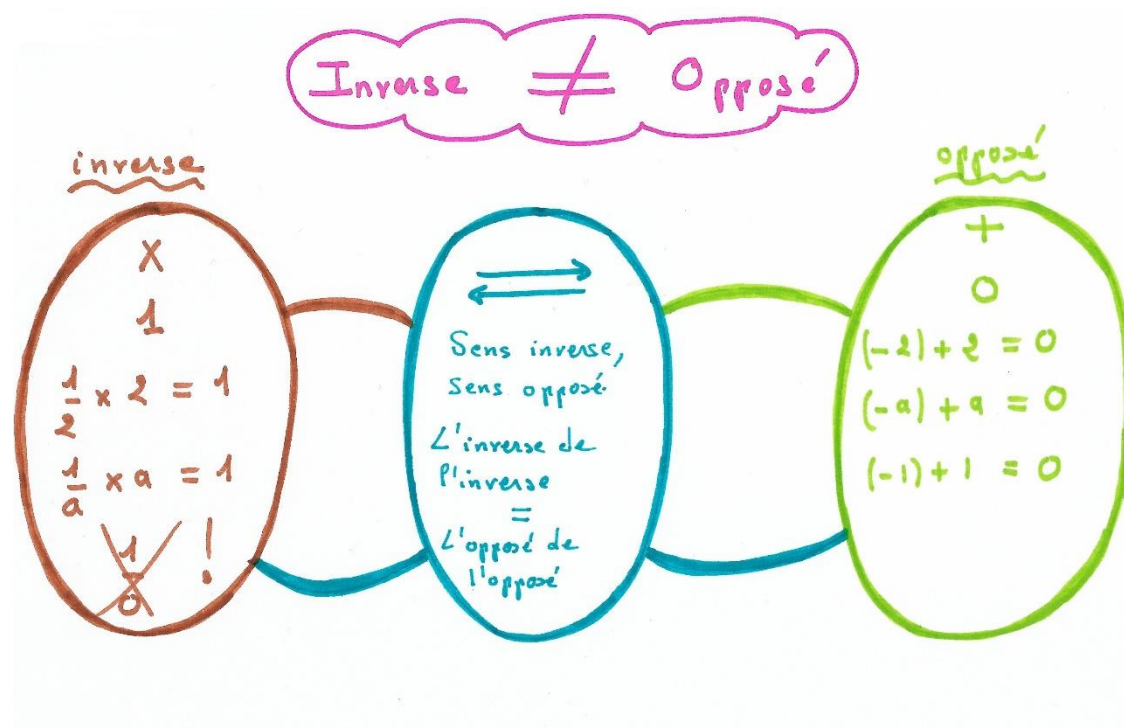


Cette carte a été créée avec le logiciel XMind, partiellement gratuit.

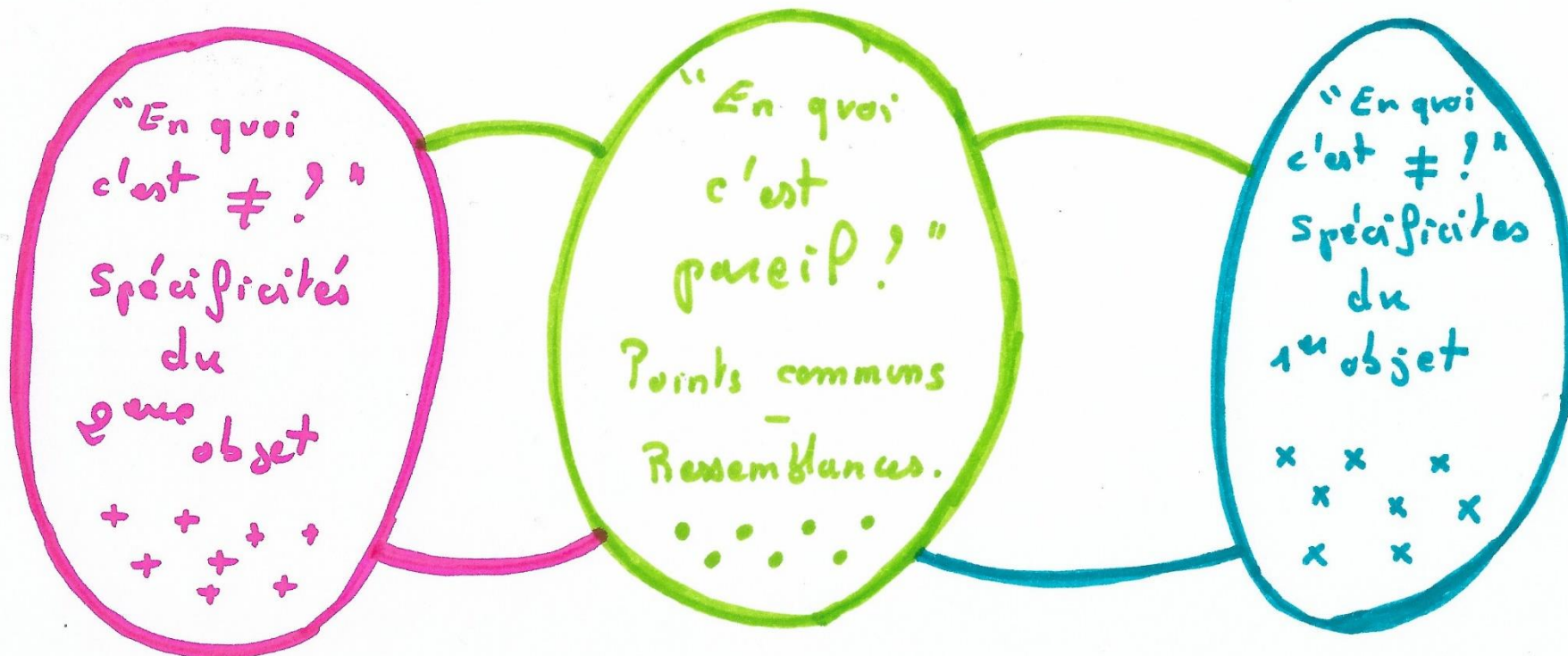
La carte à bulle

C'est un « outil graphique », très pratique quand tu confonds deux notions, ou quand tu veux comparer deux situations.

Par exemple, souvent les élèves confondent « inverse » et « opposé ». Quand on confond deux choses, il y a forcément une raison. Si on ne sait pas pourquoi, on n'arrivera pas à s'y retrouver. Dans notre cas, « inverse » et « opposé », en français c'est tout à fait synonyme. « Je vais dans le sens inverse », ou « je vais dans le sens opposé » ça veut dire la même chose. Cela explique la confusion. **Mais en maths, c'est très différent.** L'inverse c'est pour la multiplication et l'opposé c'est pour l'addition. -2 est l'opposé de 2 alors de l'inverse de 2 c'est $\frac{1}{2}$. Mais un point commun c'est que « l'opposé de l'opposé c'est le nombre », et « l'inverse de l'inverse c'est le nombre ». Tout cela c'est beaucoup plus clair sur un schéma. Et le fait de faire le schéma, ça oblige aussi à se poser des questions. **Et se poser des questions, c'est la base de tout apprentissage !**



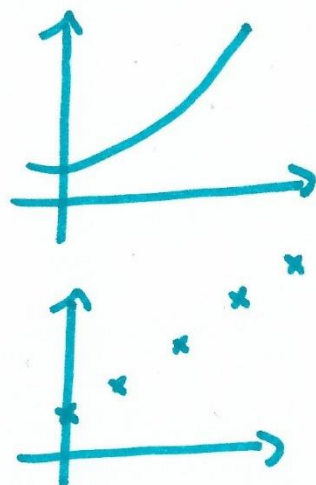
Pour comparer ou pour choisir



Fonction croissante ou Suite croissante

Suites

- Pour tout n , $u_n \leq u_{n+1}$.
- Signe de $u_{n+1} - u_n$
- Récurrence



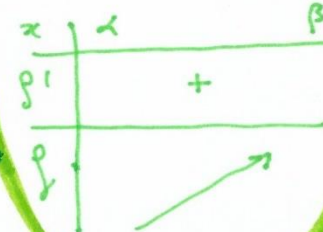
$$a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$$

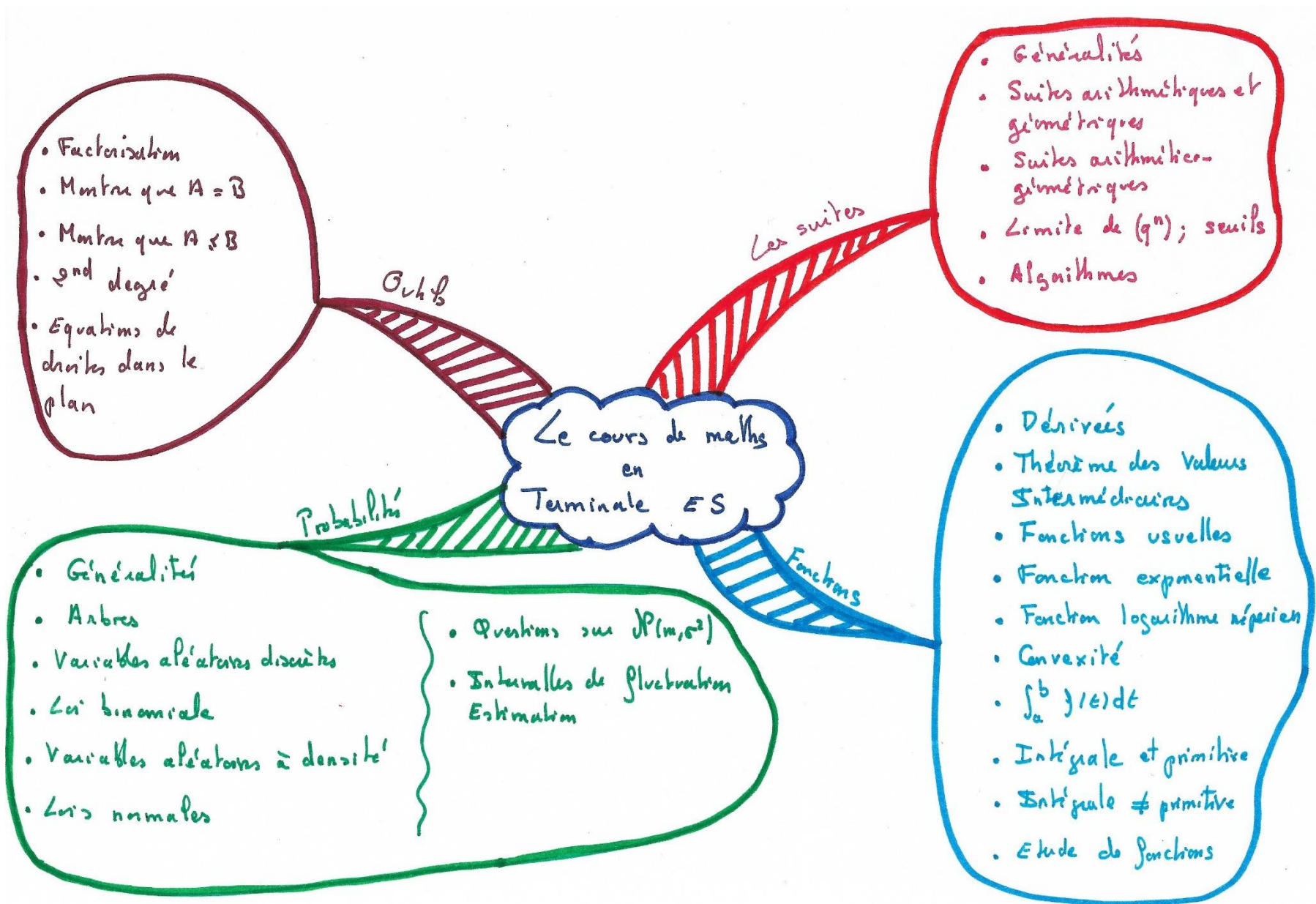
$$n \leq p \Rightarrow u_n \leq u_p$$

Fonctions

On peut
calculer f'

$$f' \geq 0 \Rightarrow f \nearrow$$





Les suites

- Montrer qu'elle est majorée (minorée)
il existe M tel que pour tout n , $u_n \leq M$
($u_n \geq M$)
- majorée + minorée = bornée
- Montrer qu'elle est croissante (décroissante)
Pour tout n , $u_n \leq u_{n+1}$ ($u_n \geq u_{n+1}$)

• Passer d'une
formule de récurrence
à une formule
explicite

- Trouver la limite
quand $n \rightarrow +\infty$
- Trouver un seuil :

ex: n_0 pour que $u_n > 10$ pour
 $n \geq n_0$

Dans les exercices

Quoi ?

Suites
généralités
(u_n)

Dans la vie

- Suite des températures
- Evolution de la taille d'un
enfant, d'une population
- Evolution du capital d'un compte épargne
- Tout phénomène mesuré régulièrement dans le temps.

- $u_0, u_1, u_2, u_3, \dots$
des nombres qui se suivent

- $n \mapsto u_n$ (fonction)



- "La suite des décimales de π ":

(3) 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, ...
(pas de formule, pas de logique)

- En exercice définie par

x Par récurrence

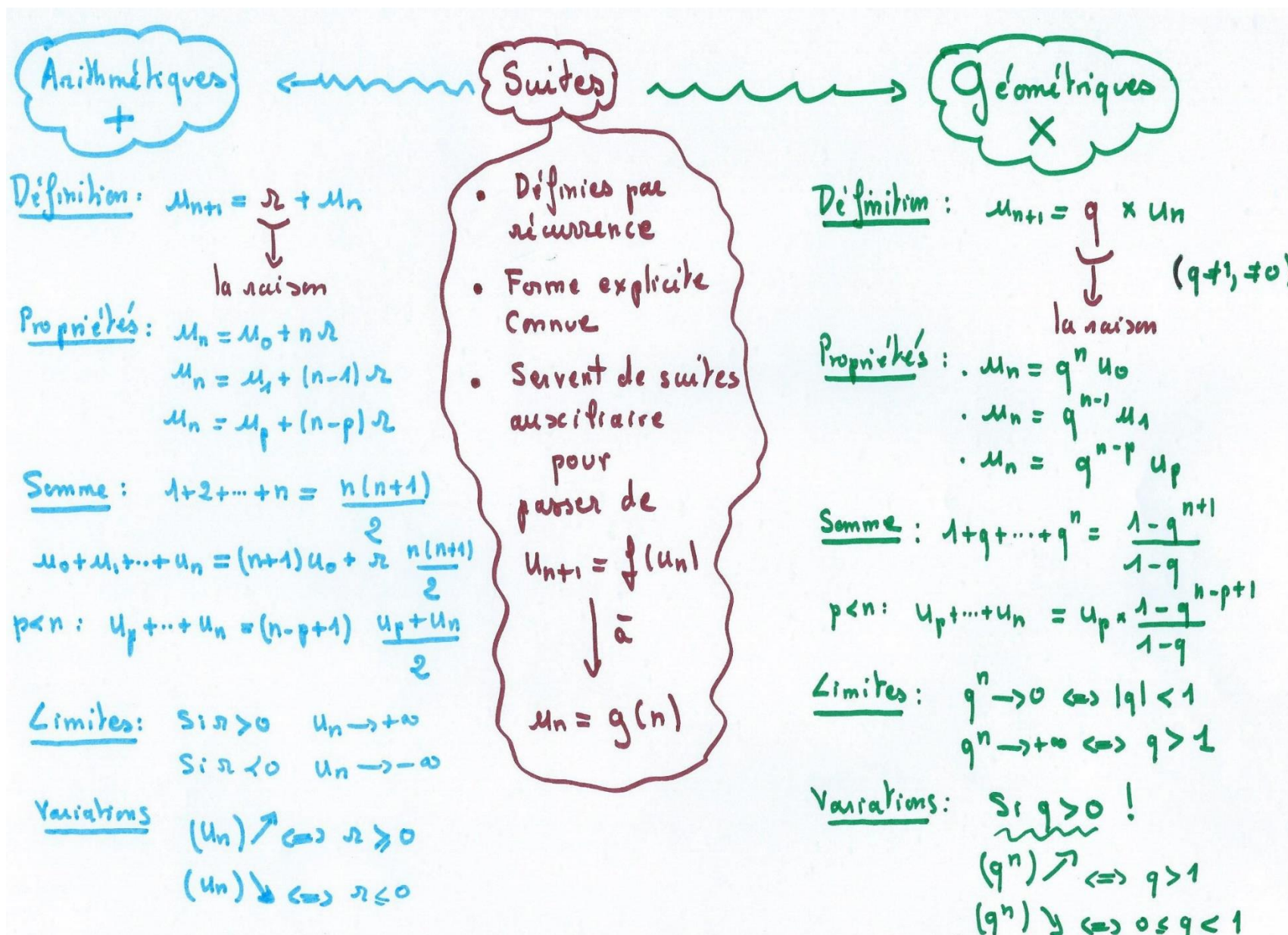
$$u_{n+1} = f(u_n)$$

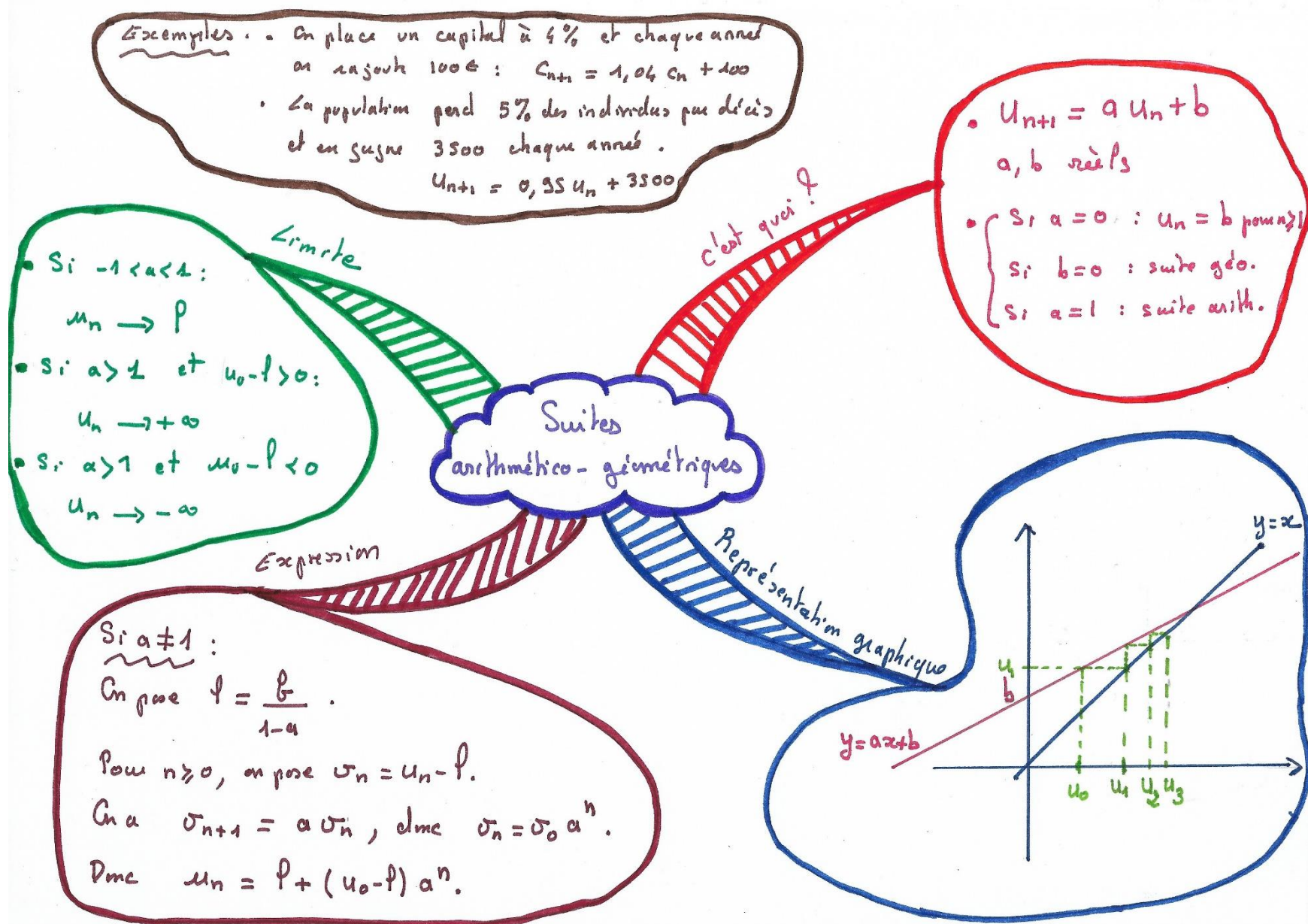
ex: $u_{n+1} = 3 + u_n$

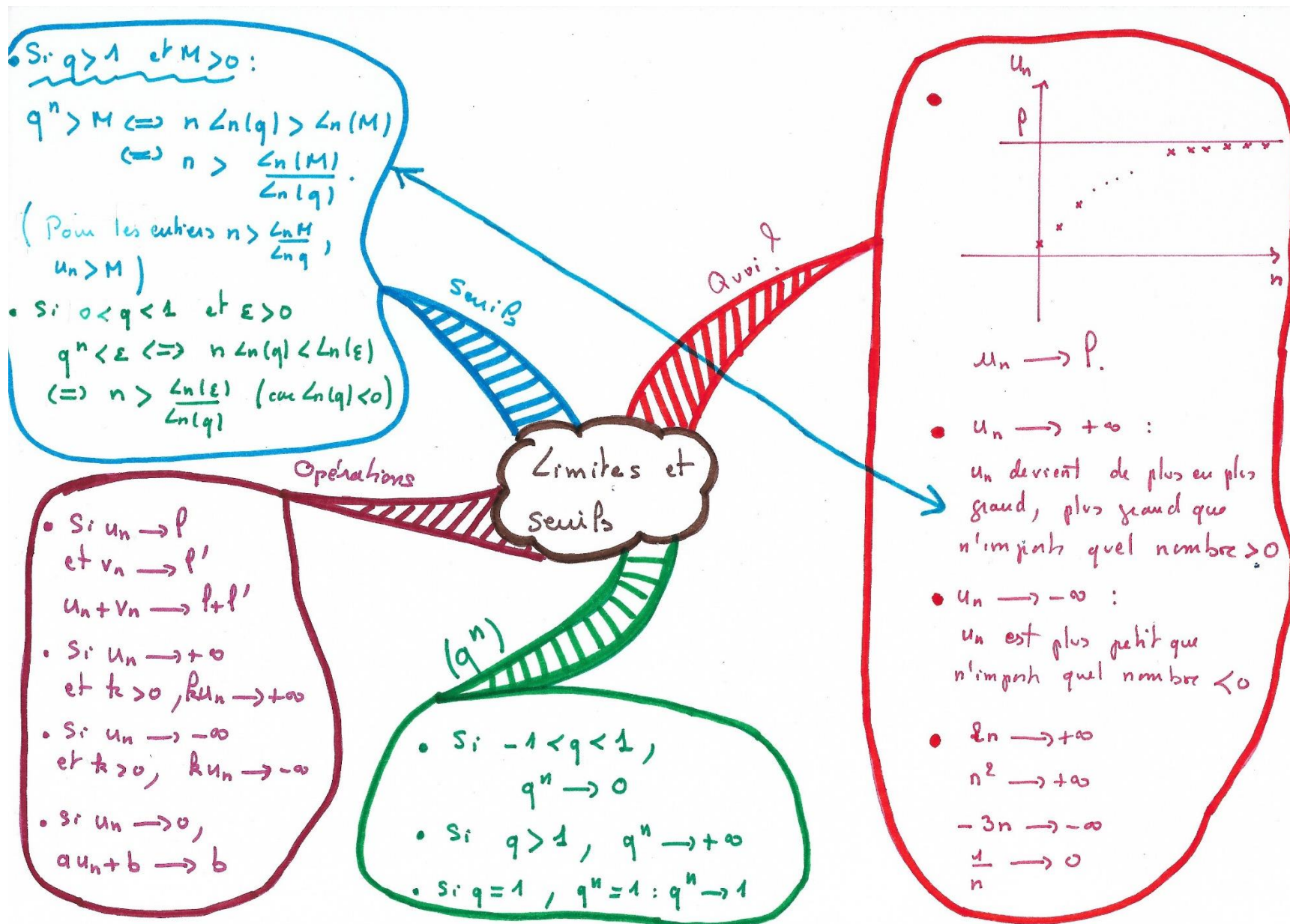
x Explicitement, par
une formule explicite

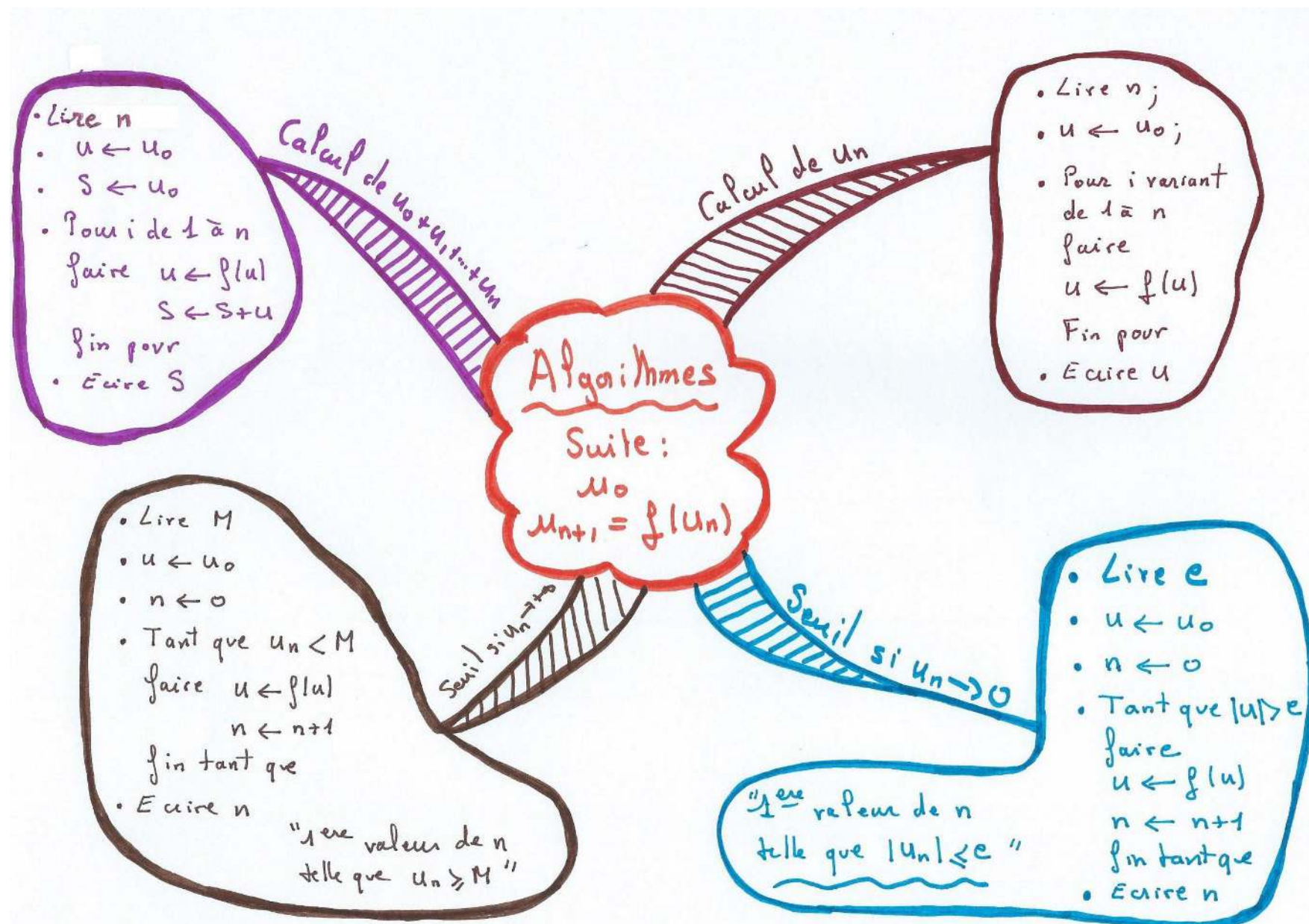
$$u_n = f(n)$$

ex: $u_n = 3n^2 + \sqrt{n}$











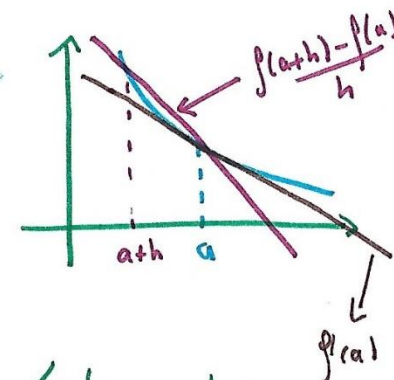
Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Les fonctions

- Étudier des fonctions
- Trouver des max, min.
- Préciser la courbe (tangente)
- Valeur approchée de $f(a+h)-f(a) \approx f'(a) \cdot h$

Revenir les équations de droites

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Lecture graphique

- La tangente en a :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

{ Droite passant par $(a, f(a))$
coefficient directeur : $f'(a)$

$$f' \geq 0 \Rightarrow f \nearrow$$

$$f' \leq 0 \Rightarrow f \searrow$$

On s'intéresse au
signe de $f'(x) \rightarrow$ facteurs !
max ou min $\rightarrow f'(a) = 0$ ou au bord.

x	
$f'(x)$	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$
f	$\nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$

Tableau de variation

Dérivées

Fonction f'

Opérations

$$(ku)' = k u'$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$(f(ax+b))' = a f'(ax+b)$$

$$x \rightarrow f'(x)$$

Dérivées nouvelles

$$(x^n)' = n x^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(u^n)' = u^n u'$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

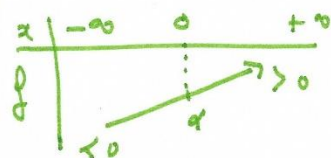
$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$(\cos(u))' = -u' \sin(u)$$

$$(\sin(u))' = u' \cos(u)$$

Avec un tableau de variation.

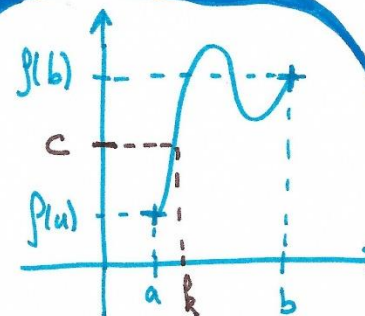


- f est continue sur $] -\infty + \infty [$
- $0 \in] \lim_{x \rightarrow -\infty} f, \lim_{x \rightarrow +\infty} f [$
- f est strictement croissant.

Donc, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique α tel que $f(\alpha) = 0$.

Rédaction

Quoi ?



- c est une valeur intermédiaire entre $f(a)$ et $f(b)$
- f est continue (dérivable ou)
- Alors il existe k entre a et b tel que $f(k) = c$

Corollaire

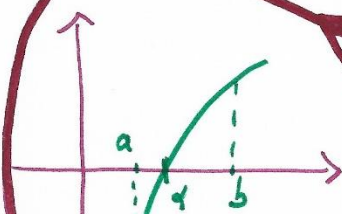


Si f est en plus strictement monotone, alors k est unique

Théorème des Valeurs Intermédiaires

Encadrement

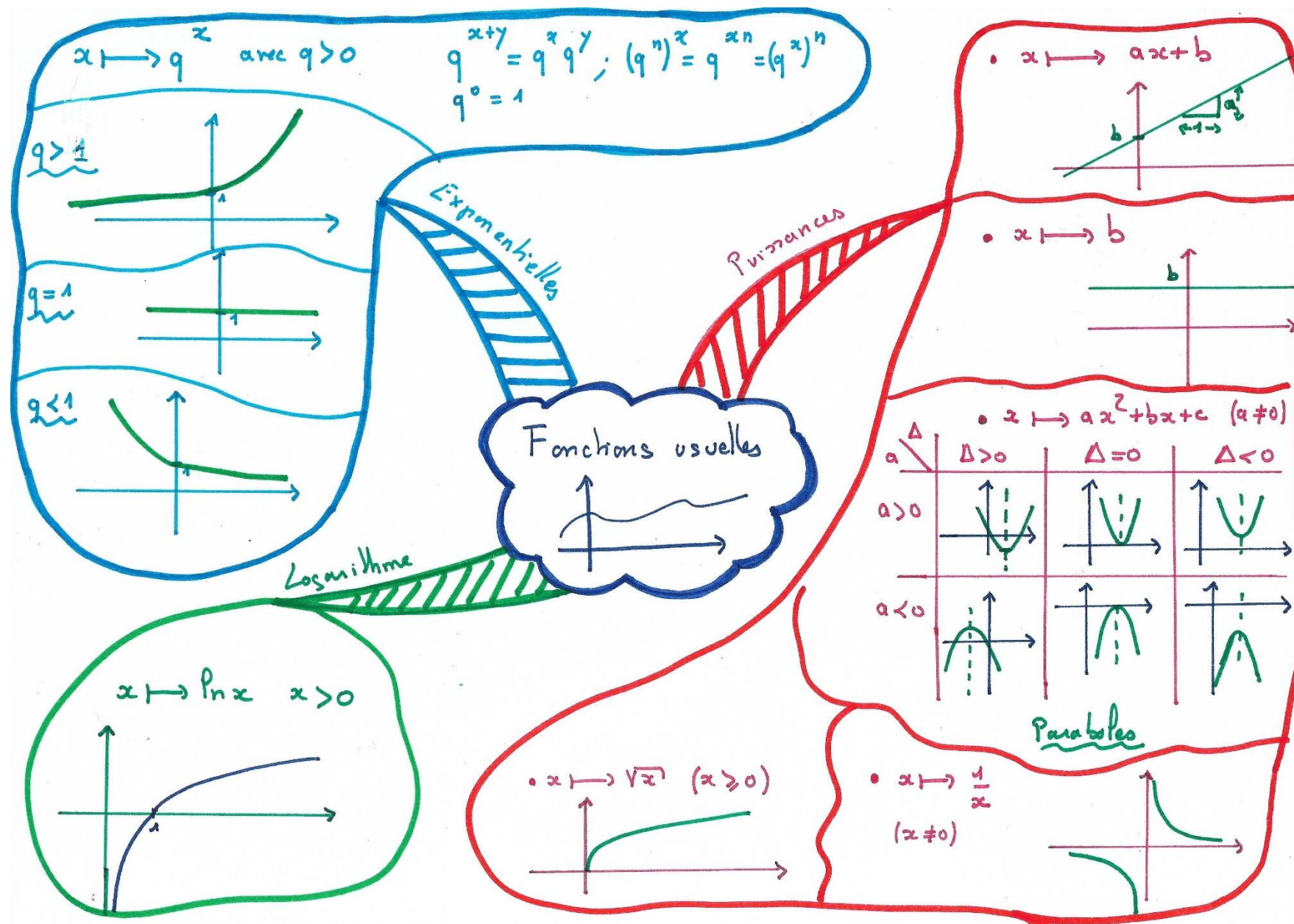
Pour qui ?

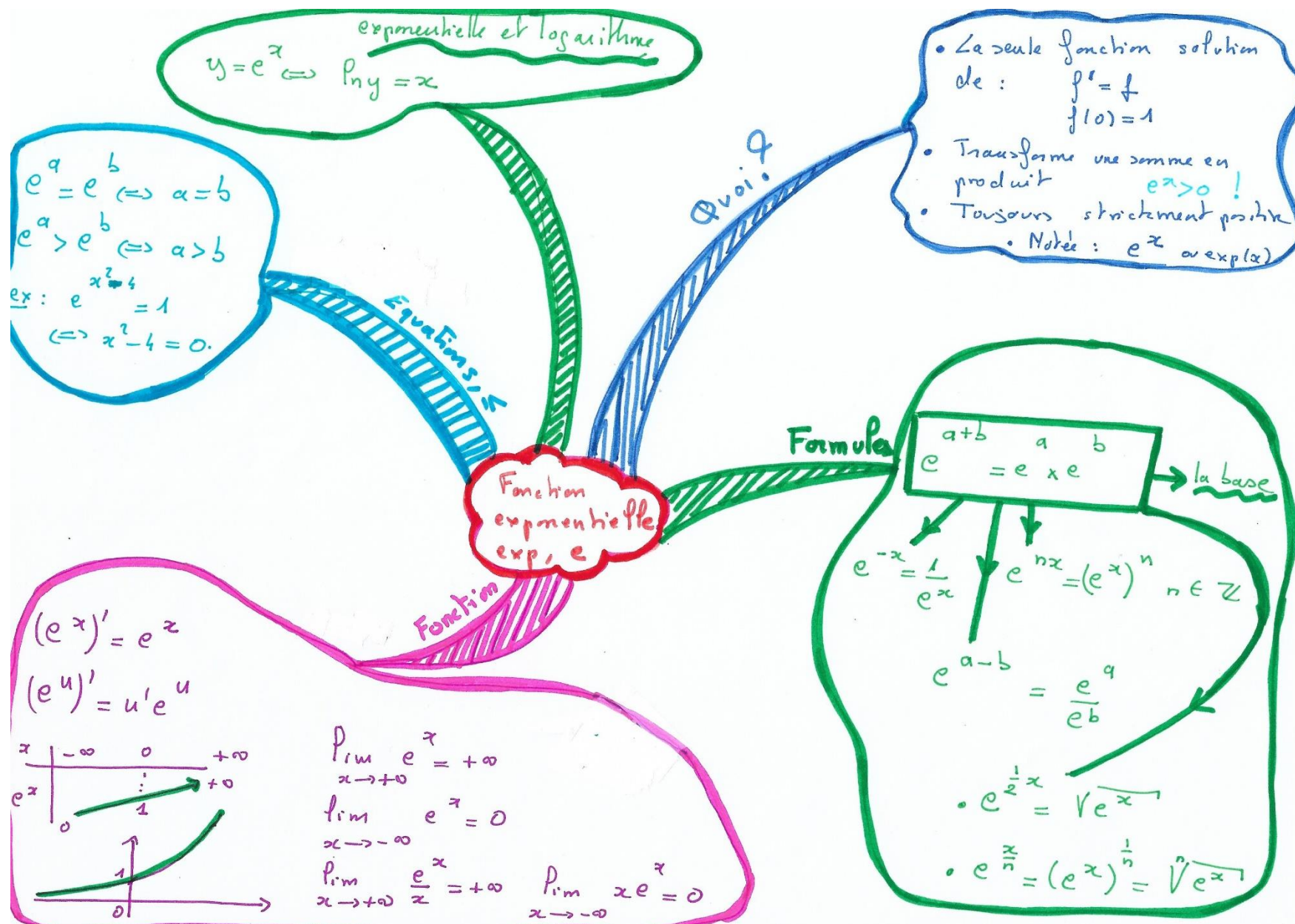


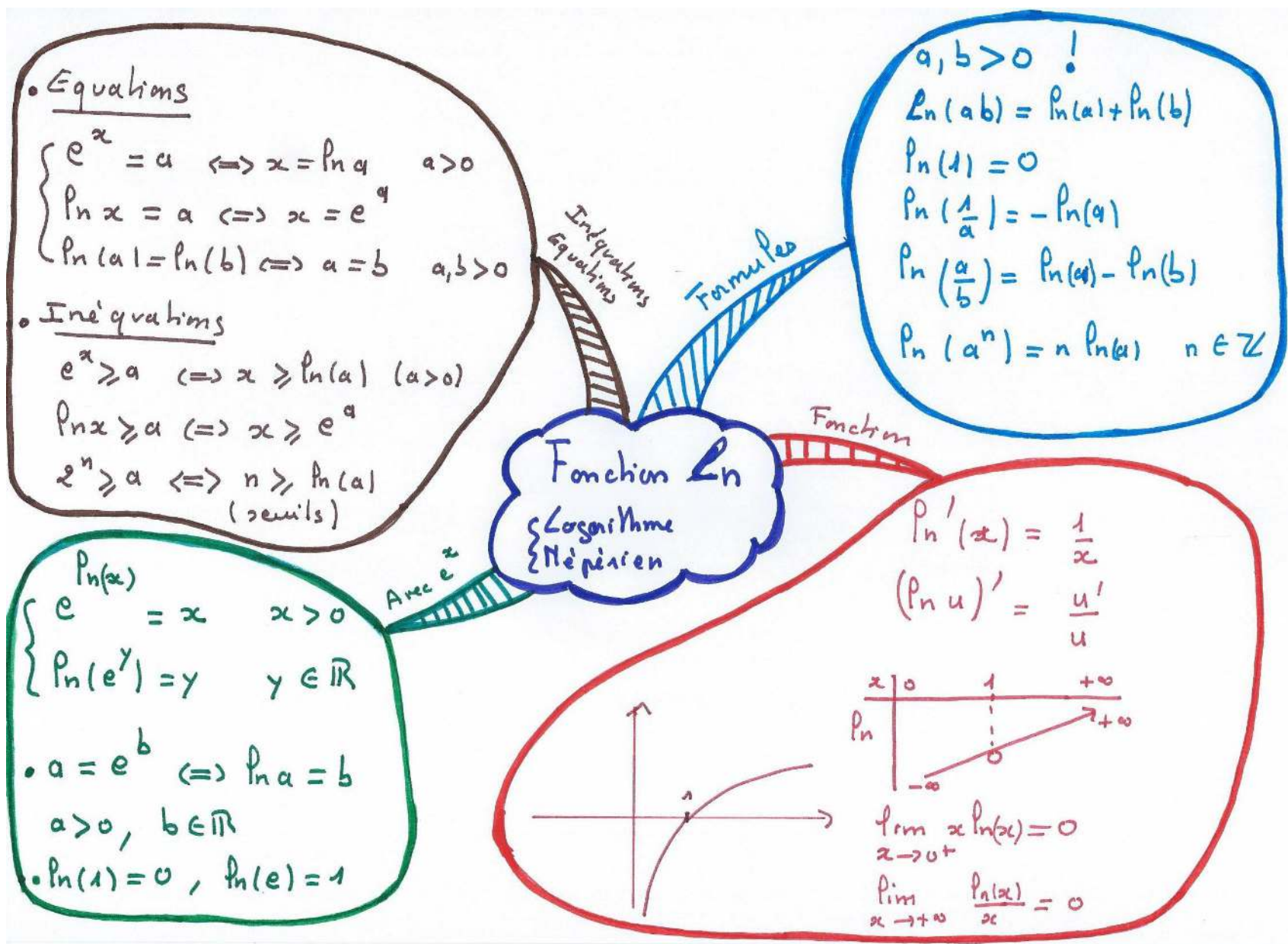
$f(a) < 0 < f(b)$
 f strict
 $\exists ! \alpha$ tel que $f(\alpha) = 0$.
 $a \leq \alpha \leq b$.

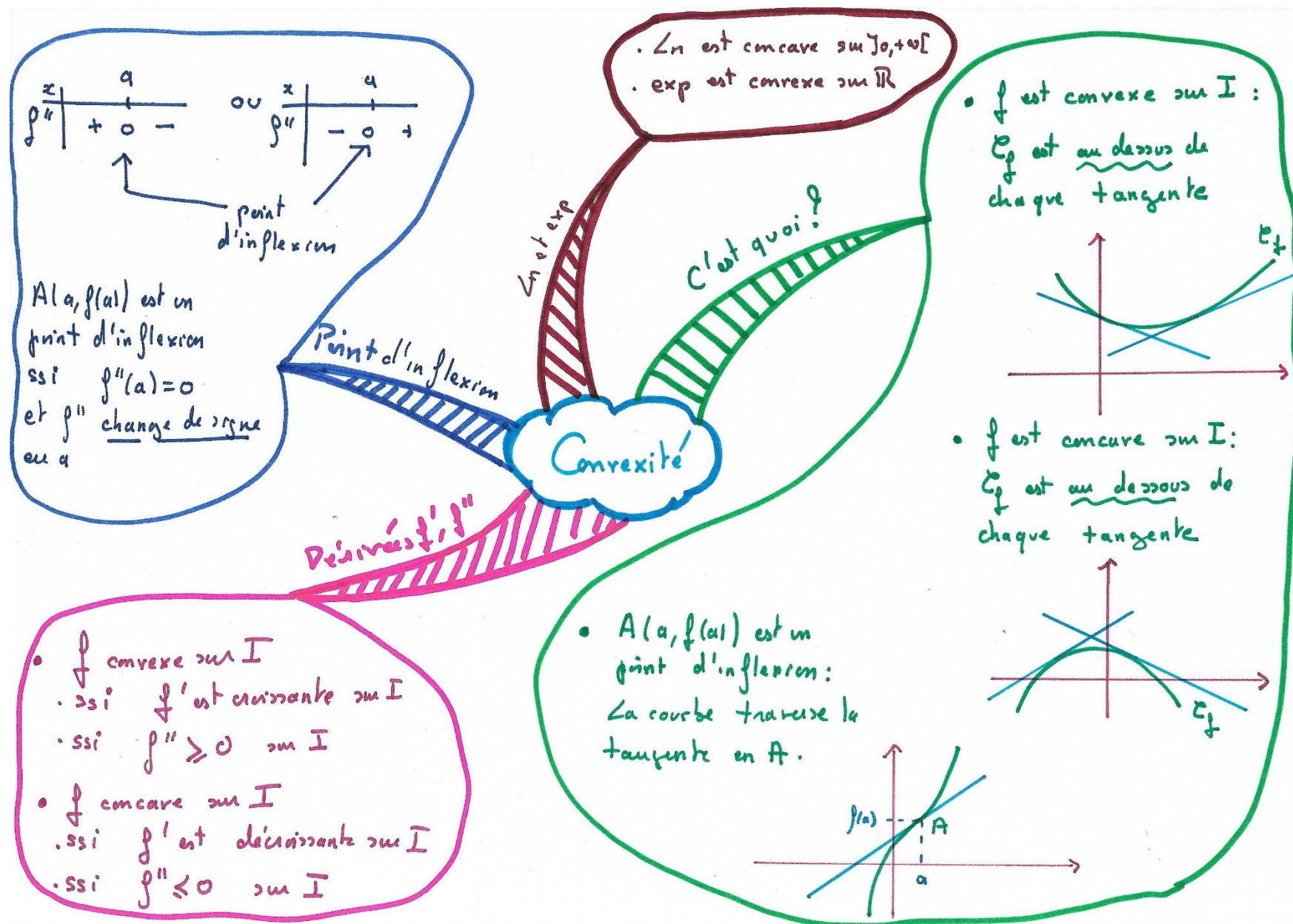
Faire une table de valeurs pour encadrer α .

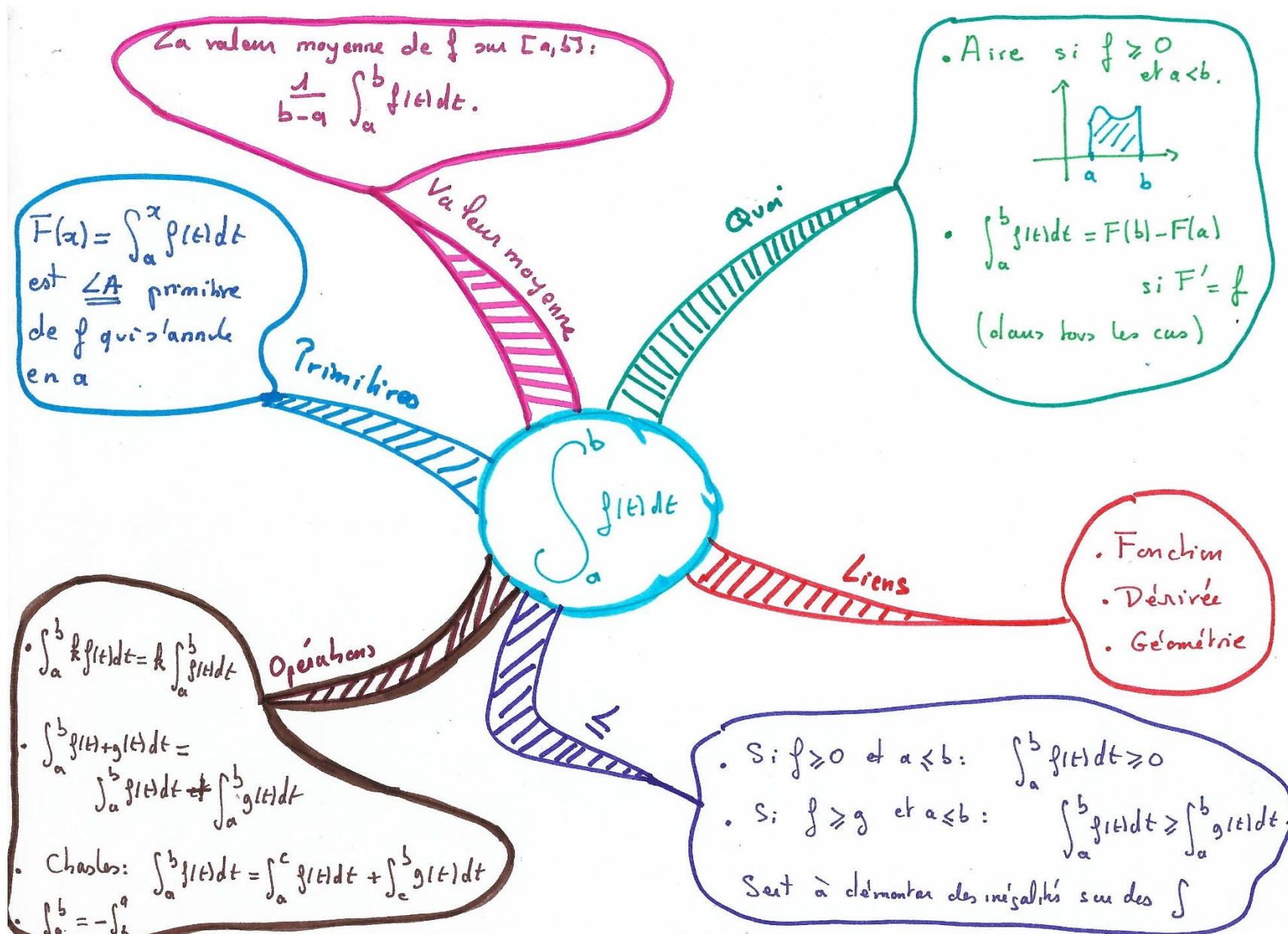
- Pour répondre aux questions sur :
- le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = c$
 - Montrer qu'il existe α tel que $f(\alpha) = c$
 - Montrer qu'il existe un unique α tel que ...

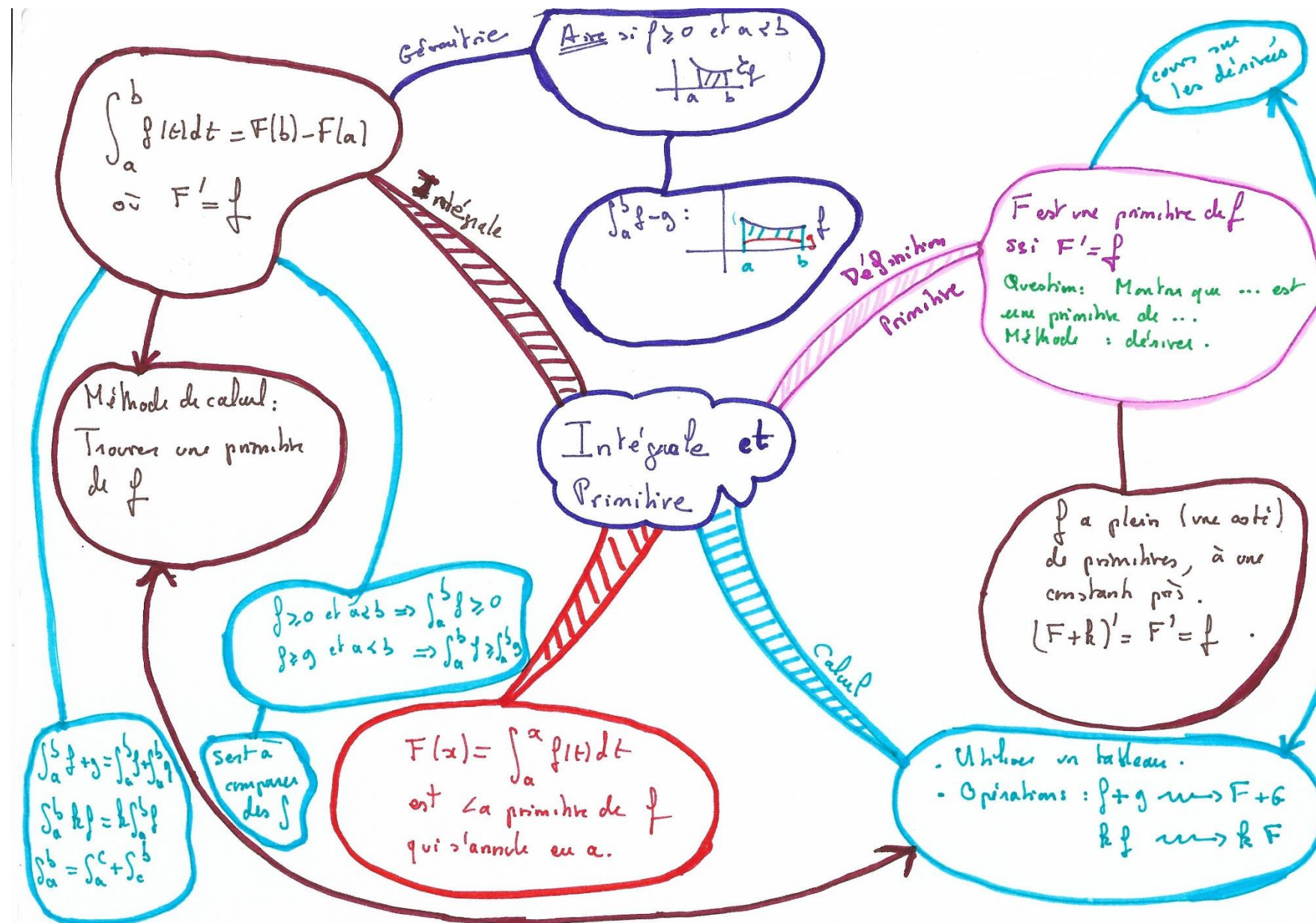












Intégrale $\neq$ Primitive

Intégrale

$\int_a^b f(t) dt$
c'est un
NOMBRE.

~~Dérivée~~ une
intégrale

Points communs

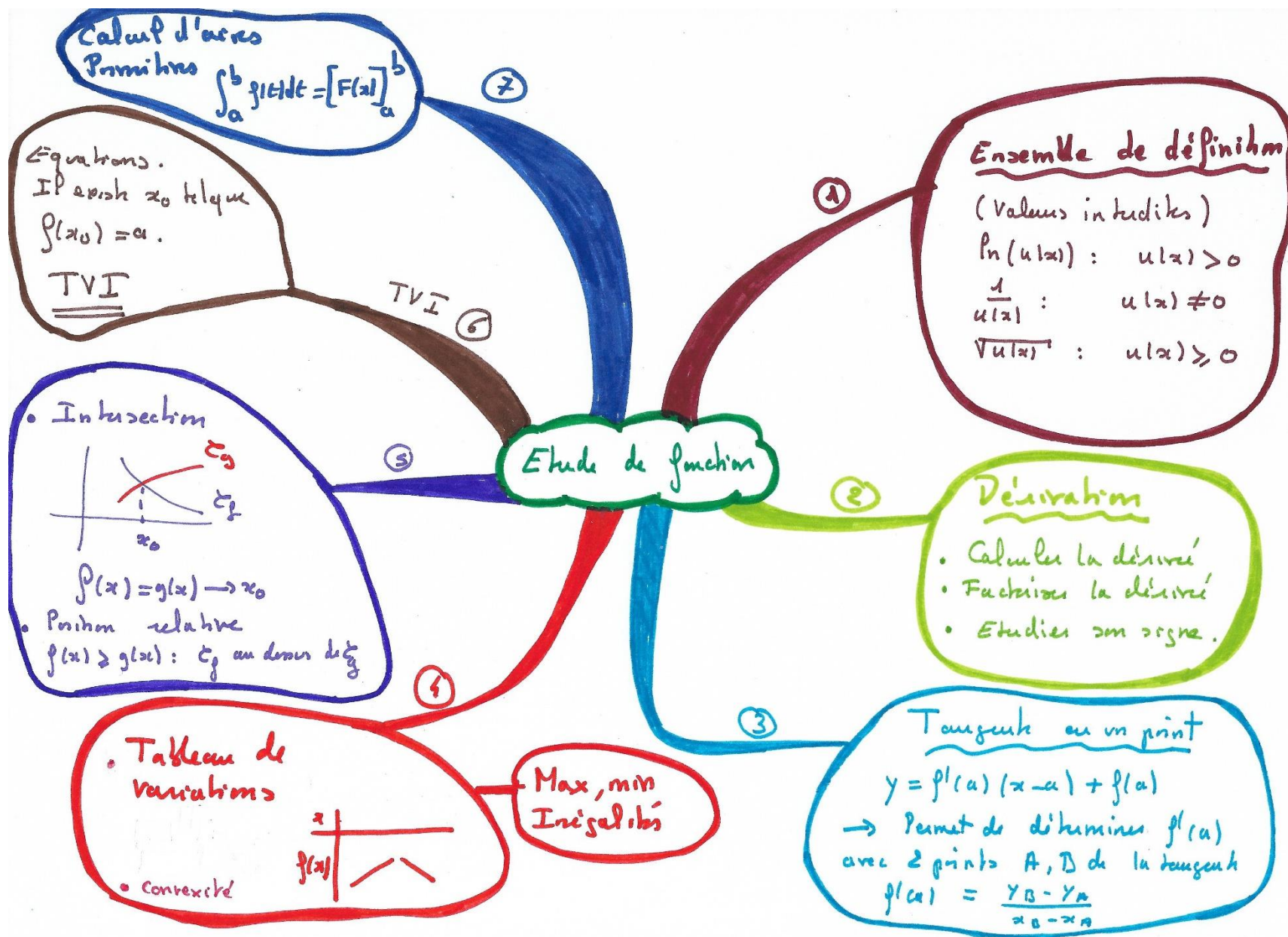
• $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$
ou
 $F' = f$
• $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$
est LA
primitive de f qui
s'annule en a

Primitive

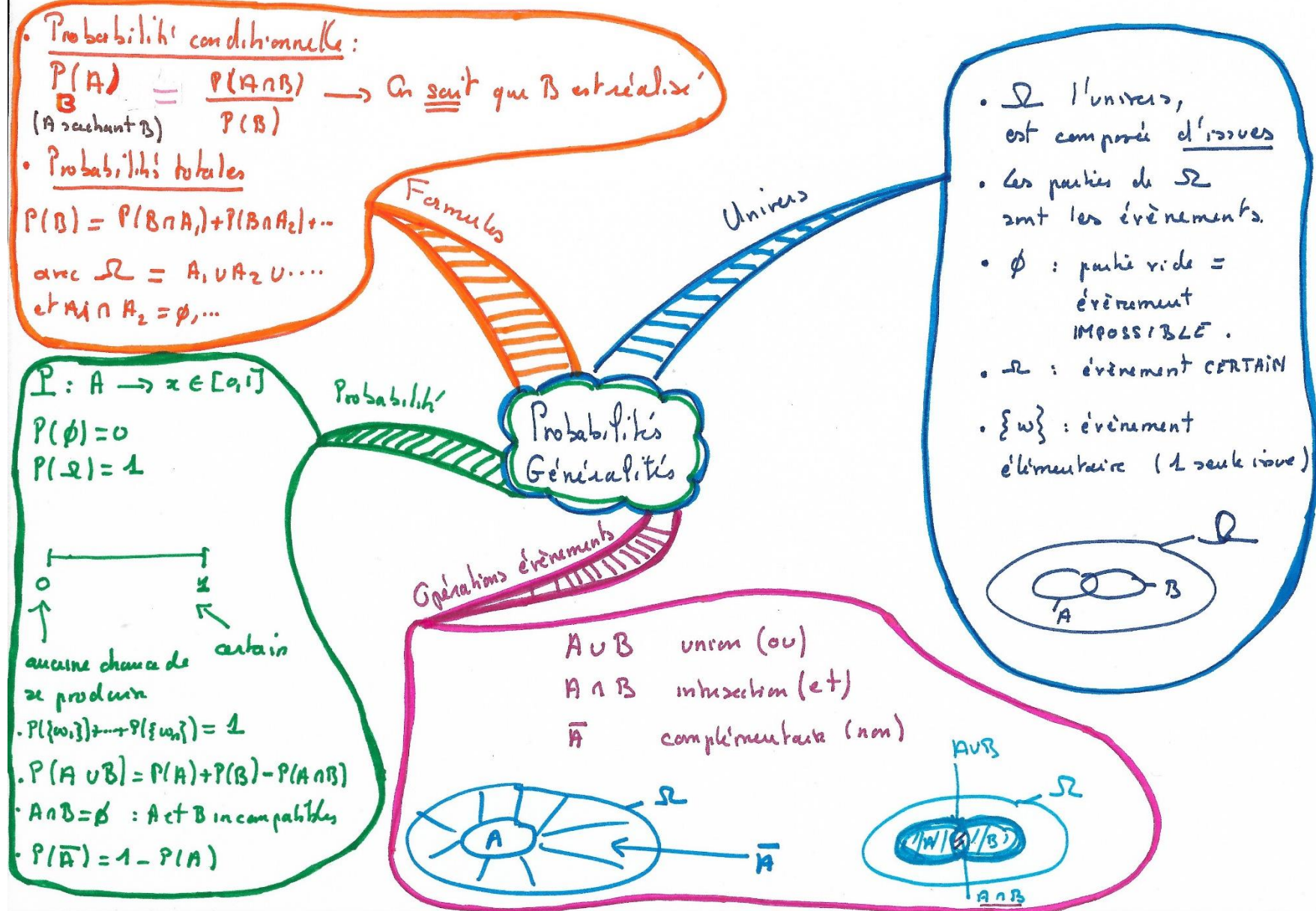
Une primitive
c'est une
FONCTION.

f a une infinité
de primitives.

$F' = f$
 $(F + R)' = f$
pour tout R



Les probabilités



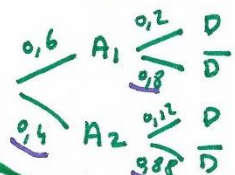
• Repérer le nom des événements.

• Repérer les choix
(A, $\bar{A}$) ou (A₁, A₂, A₃)

• Repérer les mots clés
"parmi", "sachant",
et les probas conditionnelles.

• Construire l'arbre et choisir
les formules. (la somme des
branches = 1)

On fabrique des cadenas
avec 2 machines : A₁ et A₂
60% de la production vient de A₁
Parmi les cadenas de la
machine A₁, 20% sont
défectueux, parmi ceux
de la machine A₂, 12%
sont défectueux.



$$P(A \cap B) \neq P_A(B)$$

⚠ ⚠

Faire l'arbre

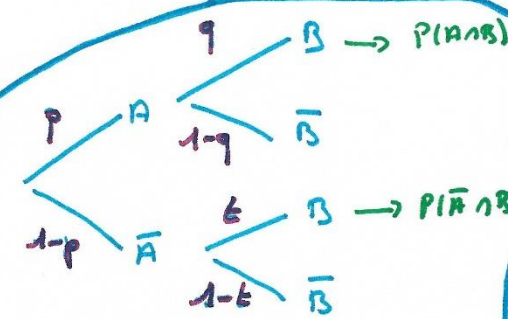
Arbres et
Probabilités

Proba de la cause

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A) P_A(B)}{P(B)}$$

A, $\bar{A}$



• Principe de la somme :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$$

• Principe du produit

$$P(A \cap B) = p(A) P_A(B)$$

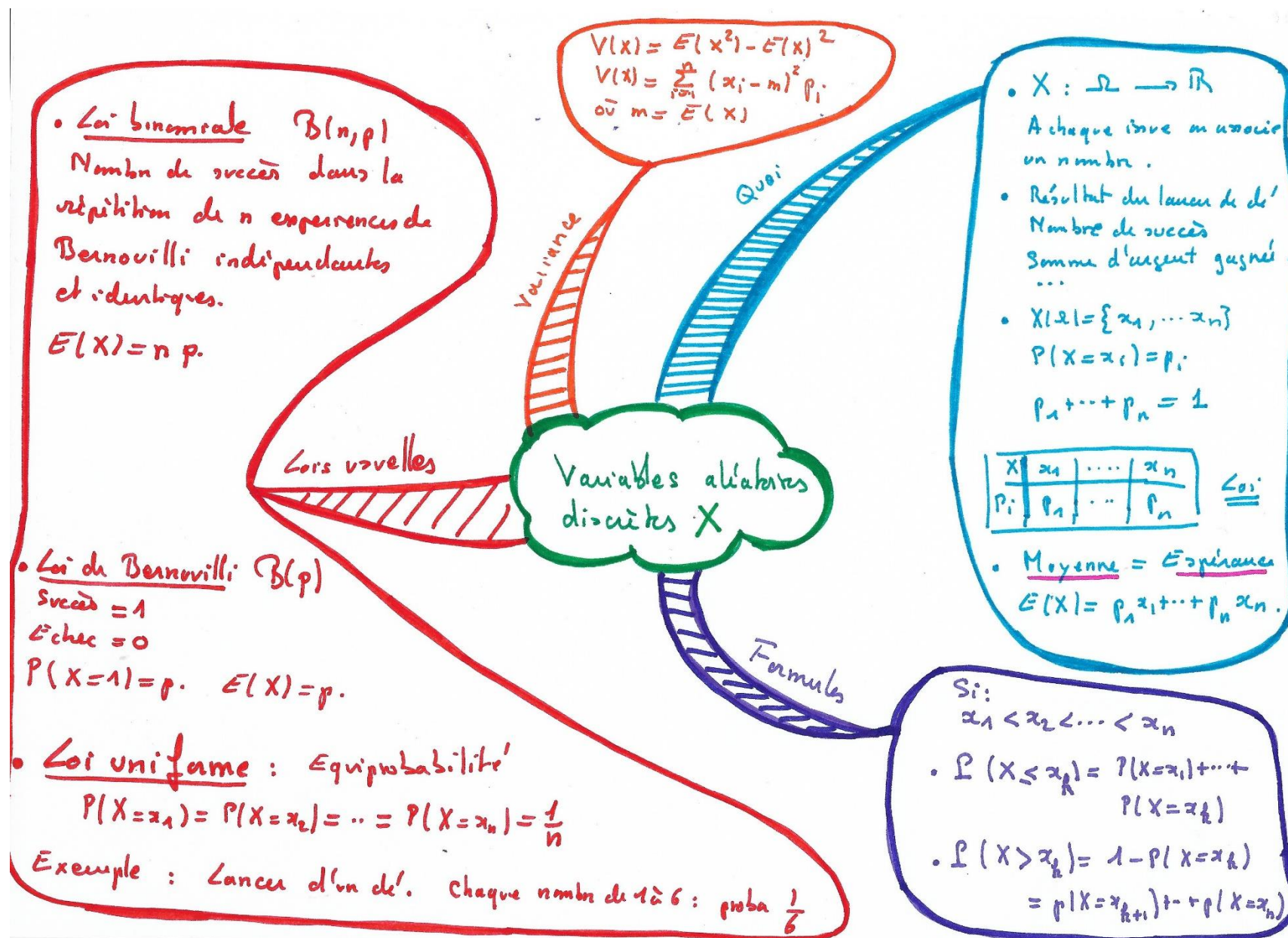
$$P(A \cap B) = p \times q$$

généralisation

(A₁, A₂, ..., A_n) système complet

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) P_{A_i}(B)$$



Formules $X \hookrightarrow B(n, p)$:

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

$$P(X=k) = \underbrace{\binom{n}{k}}_{\substack{\text{nombre de} \\ \text{chemins dans} \\ \text{l'arbre} \\ \text{avec } k \text{ succès}}} p^k \underbrace{(1-p)^{n-k}}_{\text{proba des } n-k \text{ "échecs"}}$$

$$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1)$$

$$P(X \leq k) = P(X=0) + \dots + P(X=k)$$

Avec la calculatrice.

Ti : Binompdf $(n, p, k) = P(X=k)$

Binomcdf $(n, p, k) = P(X \leq k)$.

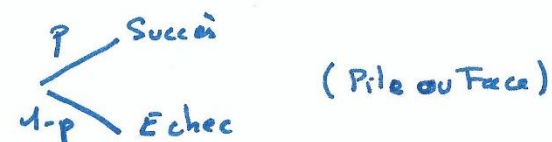
$$E(X) = np$$

$$V(X) = p(1-p)n$$

Rédaction : Pour montrer que $X \hookrightarrow B(n, p)$:

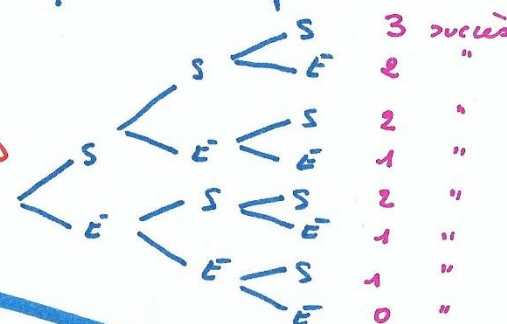
On a un schéma de Bernoulli, car on répète (n) fois des épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes, de proba de succès (p)

• Épreuve de Bernoulli:



• Schéma de Bernoulli:

Répétition de $[n]$ épreuves de Bernoulli, identiques et indépendantes.



Loi binomiale
 $X \hookrightarrow B(n, p)$

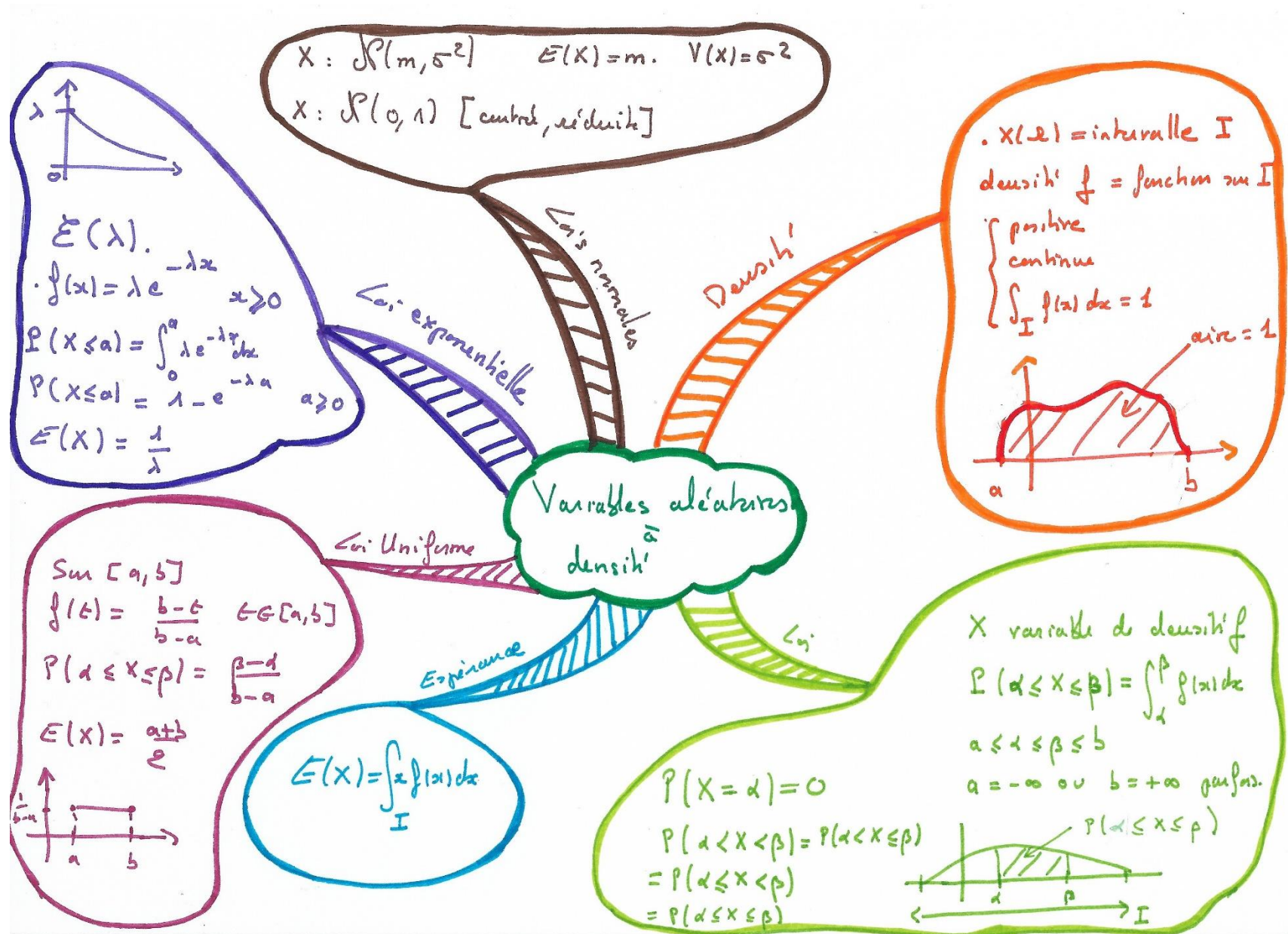
$$X \hookrightarrow B(n, p)$$

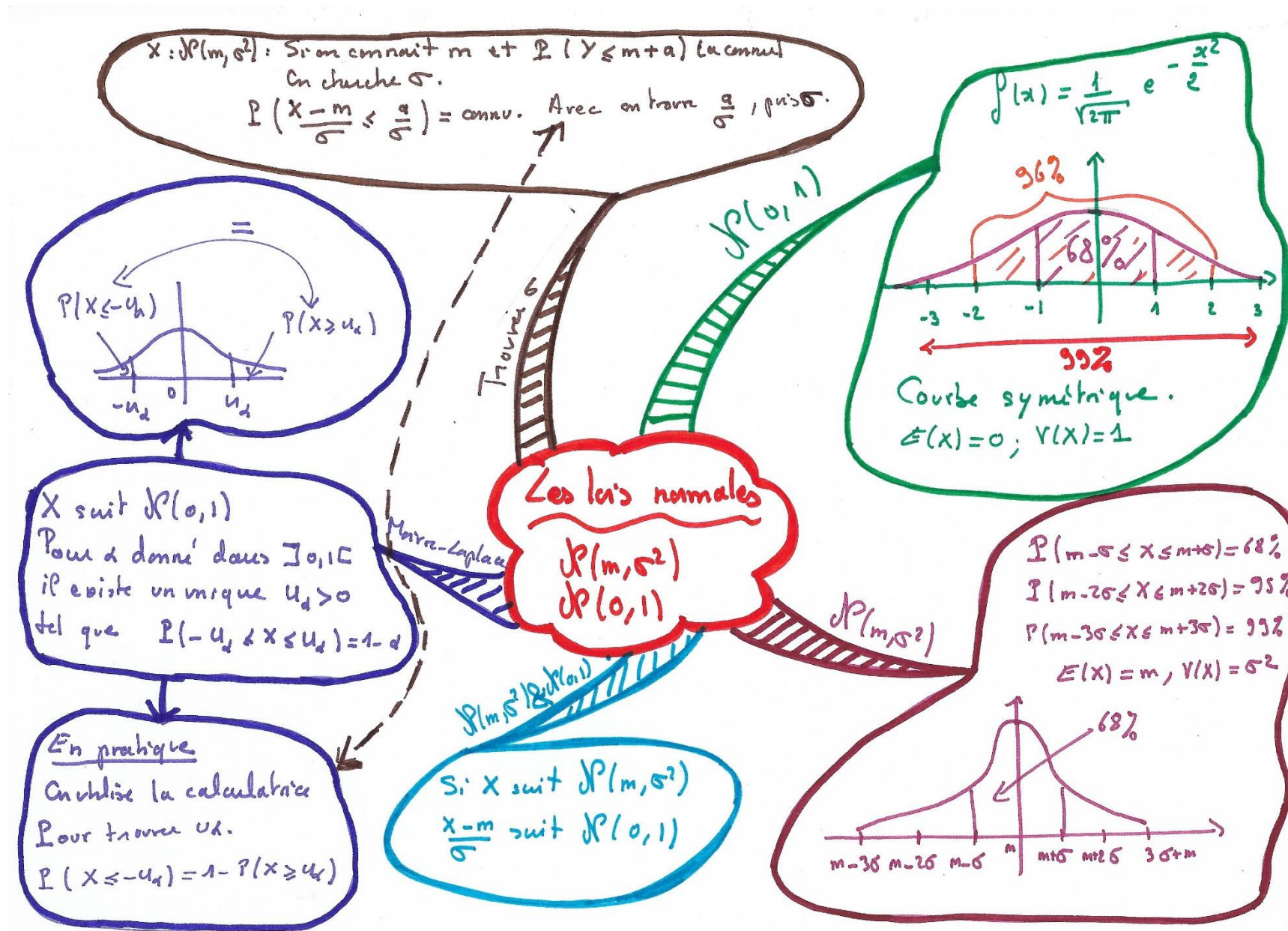
X = nombre de succès.

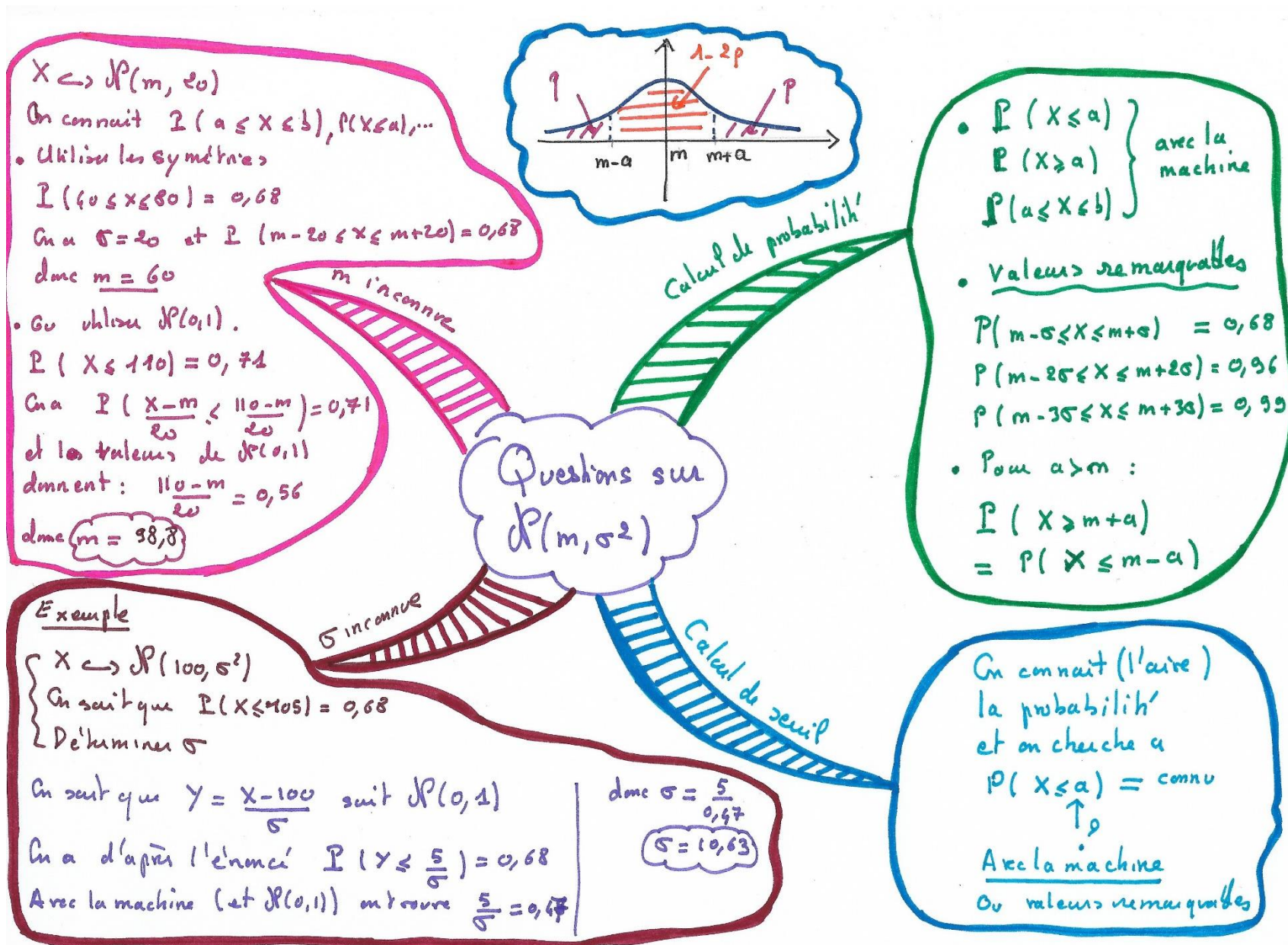
Paramètres de la loi $\left\{ \begin{array}{l} n : \text{nombre de} \\ \text{répétitions} \\ p : \text{proba de succès} \end{array} \right.$

⚠ Un "succès" n'a pas de valeur affective !

Exemple : Nombre de "pile" quand on lance 10 fois une pièce.







Population $\rightarrow$ individu présentant un caractère avec une probabilité : p

Echantillon représentatif ("au hasard") de taille n . Fréquence observée du caractère : f_n

$$\begin{aligned} n &\geq 30 \\ np &\geq 5 \\ n(1-p) &\geq 5 \end{aligned}$$

p connu ou donné

Question ?

Est-ce que la valeur de p est correcte ?
[ou, est-ce que l'échantillon est représentatif pour p ?]

Réponse

On détermine I , l'intervalle de fluctuation, qui vérifie : $P(f_n \in I) = 0,95$

$$I = \left[p - 1,96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

$$f_n \in I$$

OK, on valide

$$f_n \notin I$$

Il y a un problème !

$$\begin{aligned} n &\geq 30 \\ n f_n &\geq 5 \\ n(1-f_n) &\geq 5 \end{aligned}$$

p inconnu

Question Si on choisit f_n comme estimateur de p , comme valeur de p , quel est l'intervalle au fait dans lequel est p , à 95% ? [$\rightarrow$ Sondage]
"Fourchette de valeurs".

Réponse

p est dans $\left[f_n - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ avec une probabilité de 95%.

intervalle de confiance.

On peut aussi choisir

$$\left[f_n - 1,96 \sqrt{\frac{f_n(1-f_n)}{n}} ; f_n + 1,96 \sqrt{\frac{f_n(1-f_n)}{n}} \right]$$



Agnès Rigny www.mathssansstress.fr

Outils mathématiques

