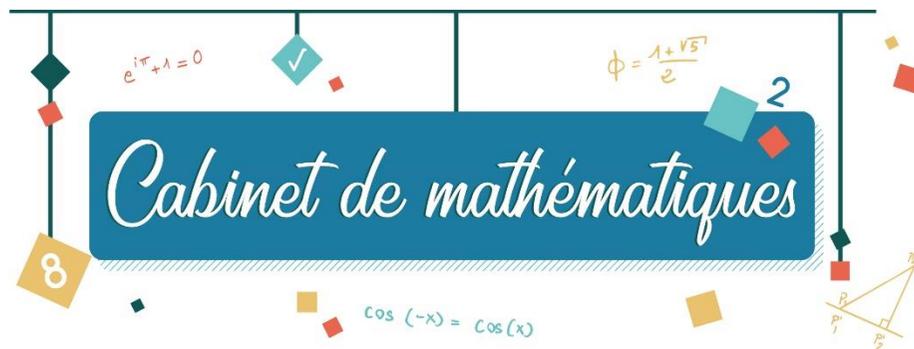




*Agnès Rigny*  
*Cabinet de Mathématiques*  
*Septembre 2019*



## CHAPITRE 0

*Je construis des cartes mentales*

## Les cartes mentales ou Mind-Map

### Le cerveau et les cartes mentales

Ton cerveau est composé de **deux hémisphères**, reliés entre eux. Les cerveaux droit et gauche. Même si on découvre avec les avancées des neurosciences que cela ne se passe pas aussi caricaturalement que ce que je vais dire, **le cerveau droit et le cerveau gauche** ne servent pas aux mêmes choses. Le cerveau gauche s'occupe des concepts, de la logique et du raisonnement et le cerveau droit de l'intuition et de la créativité. Les cartes mentales font appel aux deux cerveaux et ça c'est parfait pour **booster la mémorisation**. C'est comme les jambes, ça fonctionne mieux avec deux ! En effet dans une carte mentale, les idées sont organisées et reliées entre elles, ordonnées, ce qui fait le bonheur du cerveau gauche, et les couleurs, les dessins, le côté « carte » fait appel à la créativité du cerveau droit.

Le cerveau est composé d'approximativement cent milliards de neurones, et l'information sous forme d'impulsion électrochimique circule d'un neurone à l'autre. Ils fonctionnent en réseau. Tu peux déjà remarquer que la carte mentale reproduit un mini réseau neuronal. C'est une des raisons qui la rendent si **efficace pour l'apprentissage**.

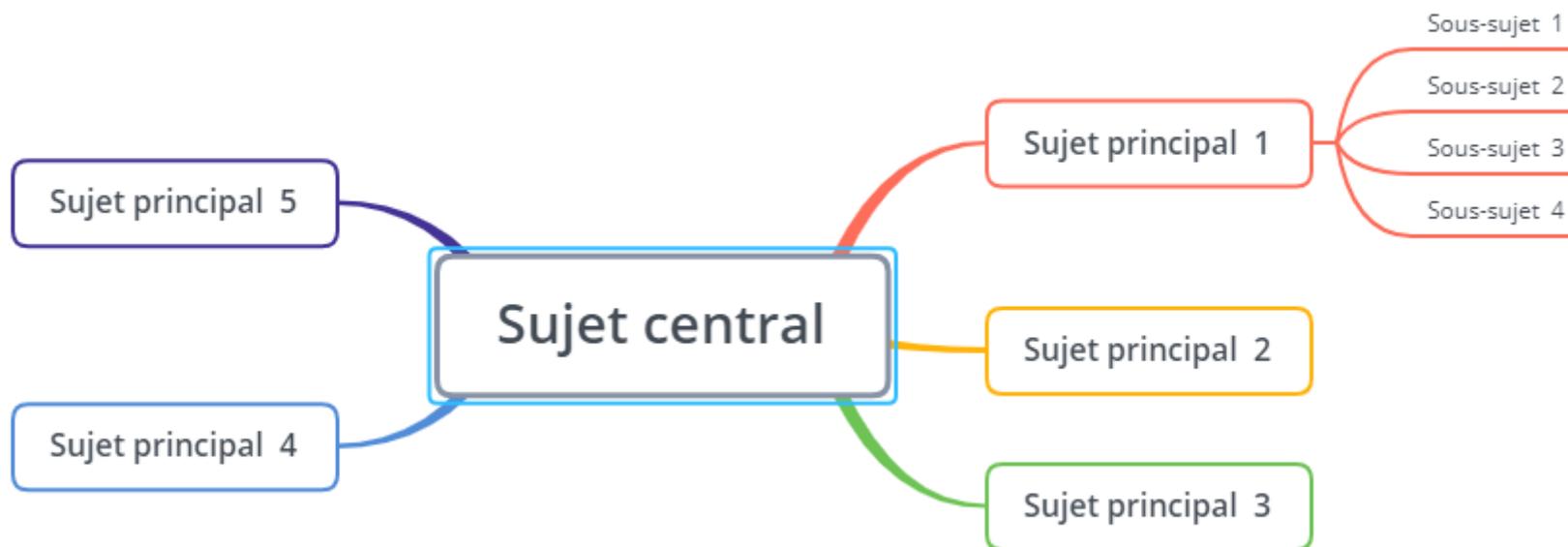
### Comment on utilise une carte mentale

Ce qui est particulièrement intéressant avec une carte mentale, c'est de **la construire**. Car pendant ce temps-là, tu travailles activement, beaucoup plus activement que si tu relis ou recopies ton cours. C'est aussi l'occasion de laisser libre cours à **ta créativité** : il n'y a donc pas « une » bonne façon de faire une carte mentale à toi de te l'approprier et de trouver une façon qui te convienne et soit efficace pour toi. Tu les feras pour toi, donc ce n'est pas nécessaire qu'elles soient compréhensibles par d'autres.

### La carte mentale centrée.

Elle est structurée autour d'un thème, qui représente **le noyau central**. De ce noyau partent plusieurs branches, chacune développant un sous-thème, puis de chaque sous-thème des liens vers d'autres. Pour ma part, j'aime bien les lire en commençant en haut à droite, et ensuite dans le sens des aiguilles d'une montre, mais pas d'obligation. On peut également faire des liens entre différentes sous-parties. Quand on dessine une carte mentale, on représente concrètement les liens et ça nous aide à **comprendre et à apprendre**.

**Tout est permis** : on peut mettre un symbole à la place d'un mot, barrer des mots pour exprimer l'idée contraire, faire des schémas, écrire avec plusieurs couleurs, ce qui aidera la mémorisation.

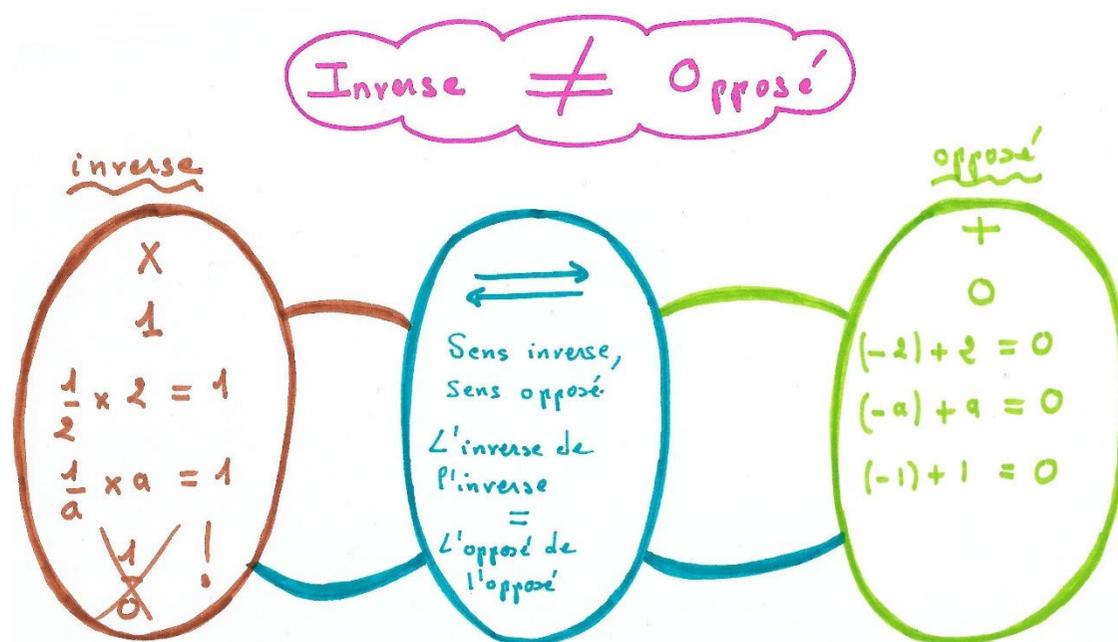


Cette carte a été créée avec le logiciel XMind, partiellement gratuit.

## La carte à bulle

C'est un « outil graphique », très pratique quand tu confonds deux notions, ou quand tu veux comparer deux situations.

Par exemple, souvent les élèves confondent « inverse » et « opposé ». Quand on confond deux choses, il y a forcément une raison. Si on ne sait pas pourquoi, on n'arrivera pas à s'y retrouver. Dans notre cas, « inverse » et « opposé », en français c'est tout à fait synonyme. « Je vais dans le sens inverse », ou « je vais dans le sens opposé » ça veut dire la même chose. Cela explique la confusion. **Mais en maths, c'est très différent.** L'inverse c'est pour la multiplication et l'opposé c'est pour l'addition. -2 est l'opposé de 2 alors de l'inverse de 2 c'est  $\frac{1}{2}$ . Mais un point commun c'est que « l'opposé de l'opposé c'est le nombre », et « l'inverse de l'inverse c'est le nombre ». Tout cela c'est beaucoup plus clair sur un schéma. Et le fait de faire le schéma, ça oblige aussi à se poser des questions. **Et se poser des questions, c'est la base de tout apprentissage !**



# Pour comparer ou pour choisir

"En quoi c'est  $\neq$  ?"  
 Spécificités du 1<sup>er</sup> objet

+ + + +  
 + + + +

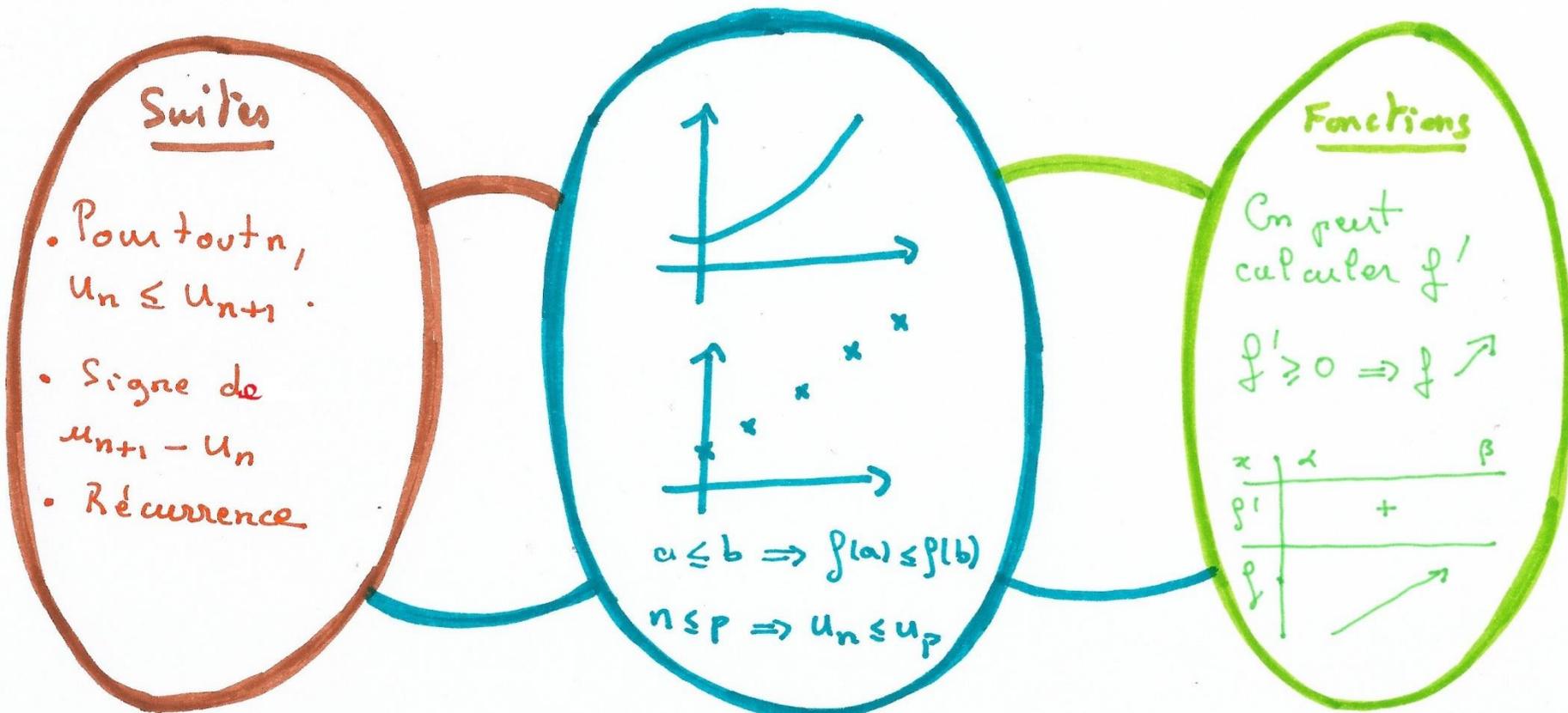
"En quoi c'est pareil ?"  
 Points communs - Ressemblances.

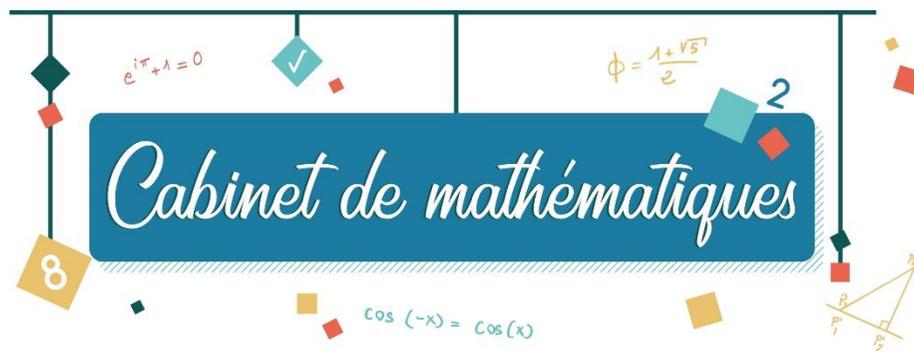
• • • • •

"En quoi c'est  $\neq$  ?"  
 Spécificités du 1<sup>er</sup> objet

x x x  
 x x x  
 x x

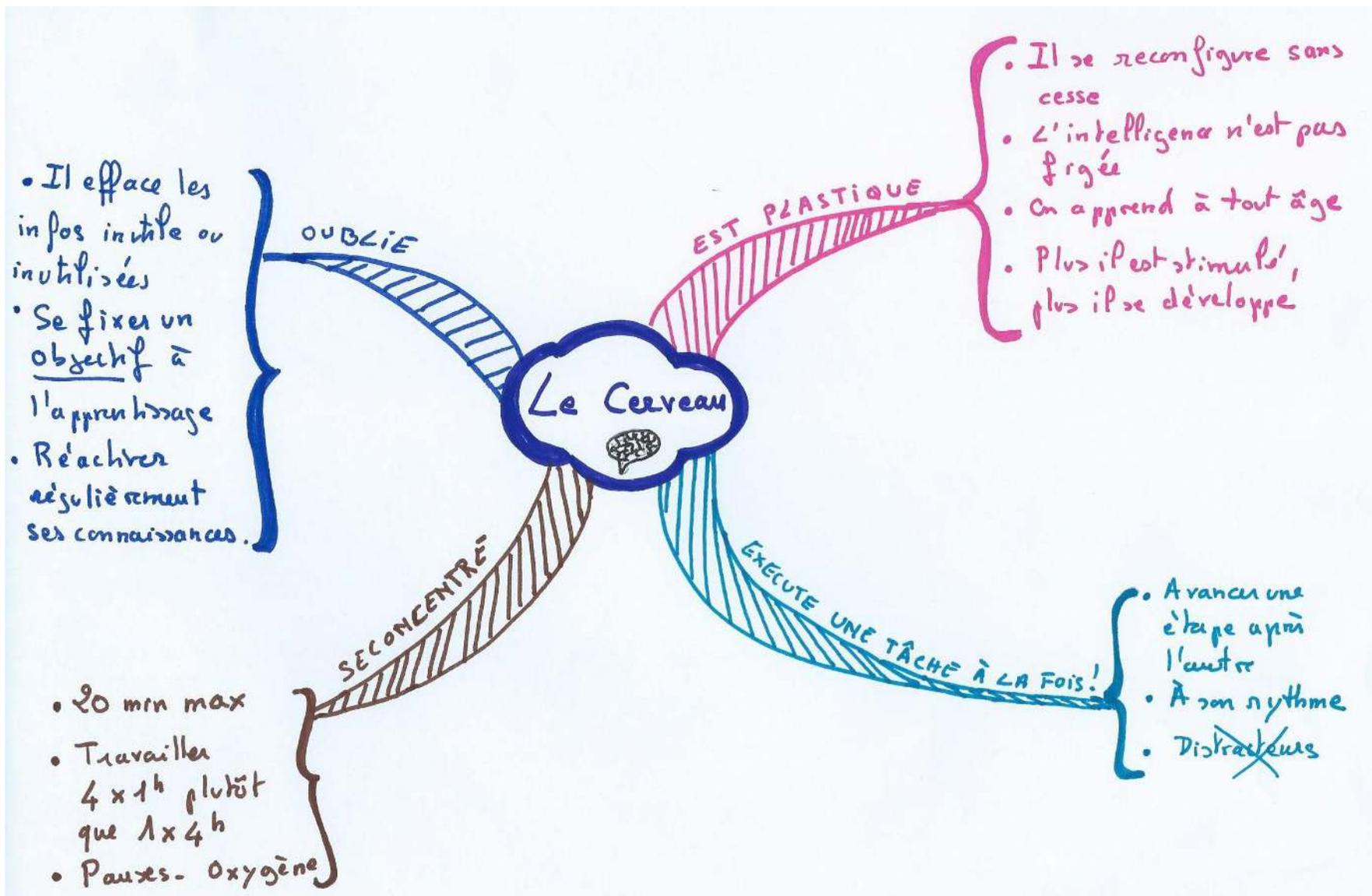
# Fonction croissante ou Suite croissante





## CHAPITRE 1

*Je connais mon cerveau pour bien l'utiliser*



Comment fonctionne le cerveau ?

Cette question est complexe et nous ne l'aborderons pas en détail dans ce fascicule. Cependant, il est utile d'avoir quelques repères, pour bien t'en servir, et être efficace. En comprenant le fonctionnement de ton cerveau et en ayant de bonnes méthodes de travail, tu pourras travailler mieux sans forcément travailler plus.

Voici une petite vidéo qui explique bien la composition et le fonctionnement du cerveau : <http://www.cea.fr/comprendre/Pages/sante-sciences-du-vivant/Essentiel-sur-le-cerveau.aspx>

Le cerveau est constitué de **matière grise** et de **matière blanche**.

**La matière grise** est composée des neurones. Elle est responsable de notre activité sensori-motrice et de nos fonctions cognitives comme la lecture, le calcul, l'attention, la mémoire...

**La matière blanche** est, quant à elle, constituée de ces axones, enveloppés d'un manchon graisseux de myéline, reliant les différentes régions de matière grise afin qu'elles échangent leur information.

Voici quatre caractéristiques du cerveau qui vont être particulièrement intéressantes pour toi, si tu veux être efficace.

### 1. Le cerveau est plastique.

Être plastique, cela veut dire qu'il peut se transformer, se reconfigurer. **Apprendre quelque chose, c'est créer des chemins dans le réseau neuronal du cerveau et les renforcer. L'intelligence n'est pas figée, on peut apprendre sans cesse et à tout âge, avec de l'entraînement et de la répétition.** Plus le cerveau est stimulé, plus il se développe. **Plus on s'en sert, plus on peut s'en servir plus facilement et avec plus d'efficacité.**

C'est là un des intérêts d'avoir de bonnes fiches de cours, pour réactiver régulièrement ses connaissances.

### 2. Le cerveau est mono-tâche.

Les dernières études prouvent que le cerveau n'est pas multi-tâche. ([http://www.pourlascience.fr/ewb\\_pages/a/actu-le-mythe-du-cerveau-multitache-24989.php](http://www.pourlascience.fr/ewb_pages/a/actu-le-mythe-du-cerveau-multitache-24989.php))

On peut avoir l'illusion d'exécuter plusieurs tâches en même temps, des tâches qui sont traitées par une partie différente du cerveau, mais ce qui se passe en vrai, c'est un traitement séquentiel, les tâches sont traitées les unes après les autres, le passage de l'une à l'autre se faisant parfois si rapidement (100 ms), qu'on n'en a pas conscience.

Dès que le nombre de tâches excède trois, le nombre d'erreurs devient significatif.

### Qu'en tirer comme conséquences dans le cadre des études ?

#### Faire une seule chose à la fois :

- Apprendre une leçon, puis faire un exercice.
- Comprendre son cours, puis l'apprendre.
- Réfléchir sur un exercice, puis rédiger.

Les erreurs de calcul viennent souvent du fait que l'on exécute (mal...) plusieurs étapes à la fois.

#### 3. Le cerveau oublie.

Le cerveau est efficace et économe : Il trie et met aux oubliettes ce qui ne lui sert pas, ou plus. Si tu apprends un code d'entrée pour aller chez un ami occasionnellement, tu l'oublieras le soir même, dès que tu n'en auras plus besoin. Et tant mieux ! Si tu apprends une formule de maths pour le prochain devoir surveillé, ou pour la colle, tu l'oublieras dès l'échéance passée. **Il faut donc se mettre dans l'esprit « d'apprendre pour toujours », en tout cas jusqu'au concours.**

#### 4. Le cerveau se concentre environ 30 minutes.

Il y a un temps de concentration maximum entre 1h et 2h, et le nombre de sessions de 1h30 où l'on peut rester concentré dans la journée est environ de trois (pour les champions). **Être vraiment concentré c'est fatigant.**

Ton temps de concentration peut s'améliorer, c'est une question d'entraînement. Comme tout.

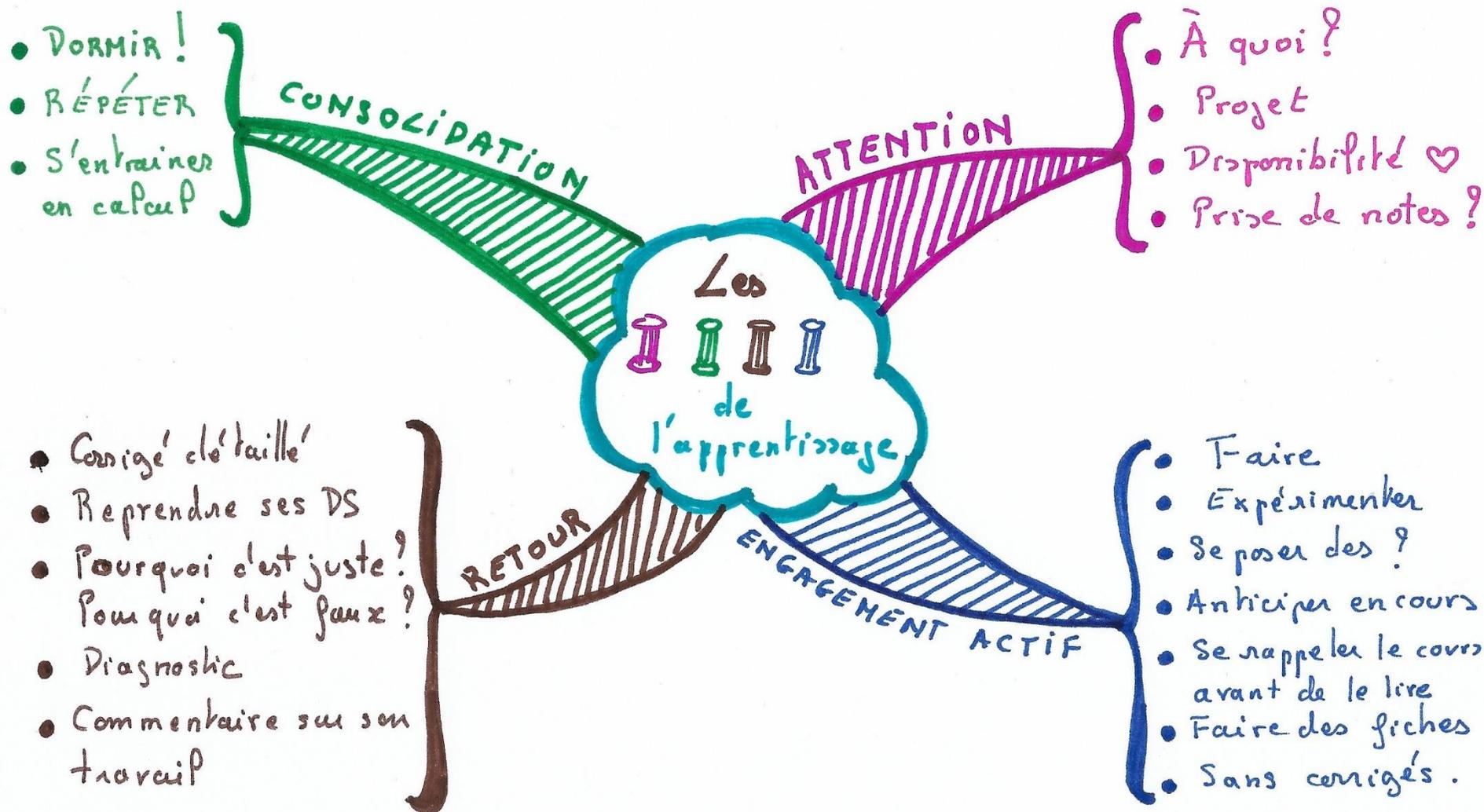
Pour ne pas se laisser emporter par des rêveries improductives, **il te faut donc alterner temps de travail et pause.** (25 minutes de travail, 5 minutes de pause) pour commencer.

## Et retiens qu'il vaut mieux travailler quatre fois une heure, qu'une fois quatre heures !



## CHAPITRE 2

*Je me sers des quatre piliers de l'apprentissage*



Les quatre piliers de l'apprentissage, d'après *Stanislas Dehaene*<sup>1</sup>, sont  
**l'attention, l'engagement actif, le retour d'information et la consolidation.**

## L'attention

Il s'agit d'abord de faire **attention en cours**. Bien sûr, mais attention à quoi ? **Attention à ce que dit le professeur**, pas uniquement à ce qu'il écrit. Prendre des notes peut aider à la concentration, bien sûr, mais il est important de prêter attention à la structure du raisonnement, aux idées exposées (par exemple inutile de noter toutes les étapes d'un calcul, mais plutôt des indications -factoriser, dériver, faire un changement d'indices etc.- et le résultat final, afin de pouvoir refaire le calcul et se vérifier).

**Pour pouvoir être attentif et concentré, il faut être disponible.** Si on est fatigué, stressé ou sous le coup d'une émotion (colère, peur, joie ou tristesse) ce sera difficile. Si c'est le cas, fais quelques respirations profondes (reporte toi au chapitre « je fais du stress un allié »).

Un problème qui se pose souvent en classes préparatoires, **c'est la difficulté à prendre des notes et à écouter simultanément.** Tu dois observer si ça t'est utile de prendre des notes dans ces conditions. Peut-être peux-tu t'arranger avec un camarade pour partager la prise de note ? En tout cas, si tu es déconnecté de ce que dit le prof, (tu en es au tableau de gauche alors qu'il écrit sur le tableau de droite), arrête de prendre des notes et reviens sur ce que dit le prof. Certains professeurs ont l'impression que l'élève n'est pas engagé justement s'il ne prend pas de notes. Si c'est ton cas, essaye de discuter avec lui, et explique-lui ton problème.

**Observe les exercices : leur structure, les types de questions posées, ceux qui se ressemblent, mettre en regard les questions et les théorèmes utilisés pour y répondre.** Je te recommande de faire deux colonnes sur ta feuille, une dans laquelle tu notes la solution, et l'autre en parallèle dans laquelle tu notes les théorèmes, les astuces, les idées, etc.

---

<sup>1</sup> Stanislas Dehaene est un chercheur, professeur au collège de France, spécialiste des neurosciences et de l'apprentissage.

## Le retour d'information

C'est avoir un retour sur ce qu'on a fait : **le raisonnement est-il correct ou pas**, et pourquoi. Ce n'est pas grave si tu t'es trompé. Au contraire, c'est une chance car c'est comme ça que tu apprends. Le cerveau procède par ajustement, les erreurs et le retour sur les erreurs, la compréhension de ses erreurs, permettent de se corriger, de réajuster. Il ne faut pas craindre de faire des erreurs. En revanche, si tu fais une erreur, il ne s'agit pas d'effacer, de gommer, mais d'y revenir et de comprendre à quel moment le raisonnement s'est fourvoyé. Ou si tu as fait une erreur de calcul, laquelle et pourquoi. C'est normal de faire des erreurs, mais pas de faire plusieurs fois la même !

Quand on te rend ton devoir surveillé, ne le mets pas au placard ! C'est là que le vrai travail commence. **Pose-toi des questions** en regardant ton devoir corrigé : Comment as-tu fait pour avoir les points que tu as, et où sont passés ceux qui te manquent ? Est-ce que tout ce que tu as fait est juste mais tu as manqué de temps, est-ce que tu avais les idées mais les calculs t'ont posé des problèmes, ou tu n'as pas exploité ton idée, tu t'es arrêté trop tôt ? Est-ce que des connaissances te manquaient ?

**Refais-le, sans trop tarder.**

## L'engagement actif

**Pour apprendre, il faut être engagé activement.** On peut regarder pendant mille heures un skieur dévaler des pistes aux jeux olympiques, la seule façon d'apprendre vraiment à skier c'est de monter sur des skis et d'aller soi-même sur les pistes !

**Veille à ne pas être en pilote automatique en cours.**

Souvent, en classes préparatoires, le rythme étant très soutenu, les élèves se retrouvent à noter tout ce qu'il y a au tableau, sans comprendre, de peur de manquer une information capitale. Il est certainement plus utile, au lieu de noter une démonstration, ou de prendre un corrigé, **d'anticiper ce qu'il faut faire** (on retrouve partout, en des milliers d'exemplaires les démonstrations). Ou bien de **noter quelques mots-clés, les idées utilisées**.

**Pose-toi des questions en cours** : quels indices dans l'énoncé ont fait penser à tel ou tel théorème, est-ce qu'il y a une autre façon de faire, est-ce qu'on a bien utilisé toutes les hypothèses, etc.

Chez toi, **invente des énoncés d'exercices**, en prenant modèle sur un exercice du cours. Ou simplement reformule les questions de l'énoncé, modifie les notations. Modifie une donnée de l'énoncé. Fais un résumé de l'exercice. Imagine des indications que tu pourrais donner à un camarade.

Pour apprendre activement chez toi, **je te renvoie au chapitre sur la mémorisation**.

## La consolidation

Et pour finir, la consolidation ! Pour cela, **deux choses** sont importantes : **le sommeil**, car c'est pendant les phases de sommeil que le cerveau « trie et range » les informations. Et **la répétition** est également primordiale. Refais plusieurs fois le même exercice, en approfondissant à chaque fois ou allant plus vite.

**Fais des calculs tous les jours ! La technique est très importante. C'est ce qui te permettra de gagner du temps, et te donnera confiance en toi. Commence ton travail personnel en faisant un calcul.**

Une citation célèbre de Confucius (ça ne date pas d'hier) à propos de l'apprentissage, qui résume parfaitement ce que doit être ta ligne de conduite pour réussir :

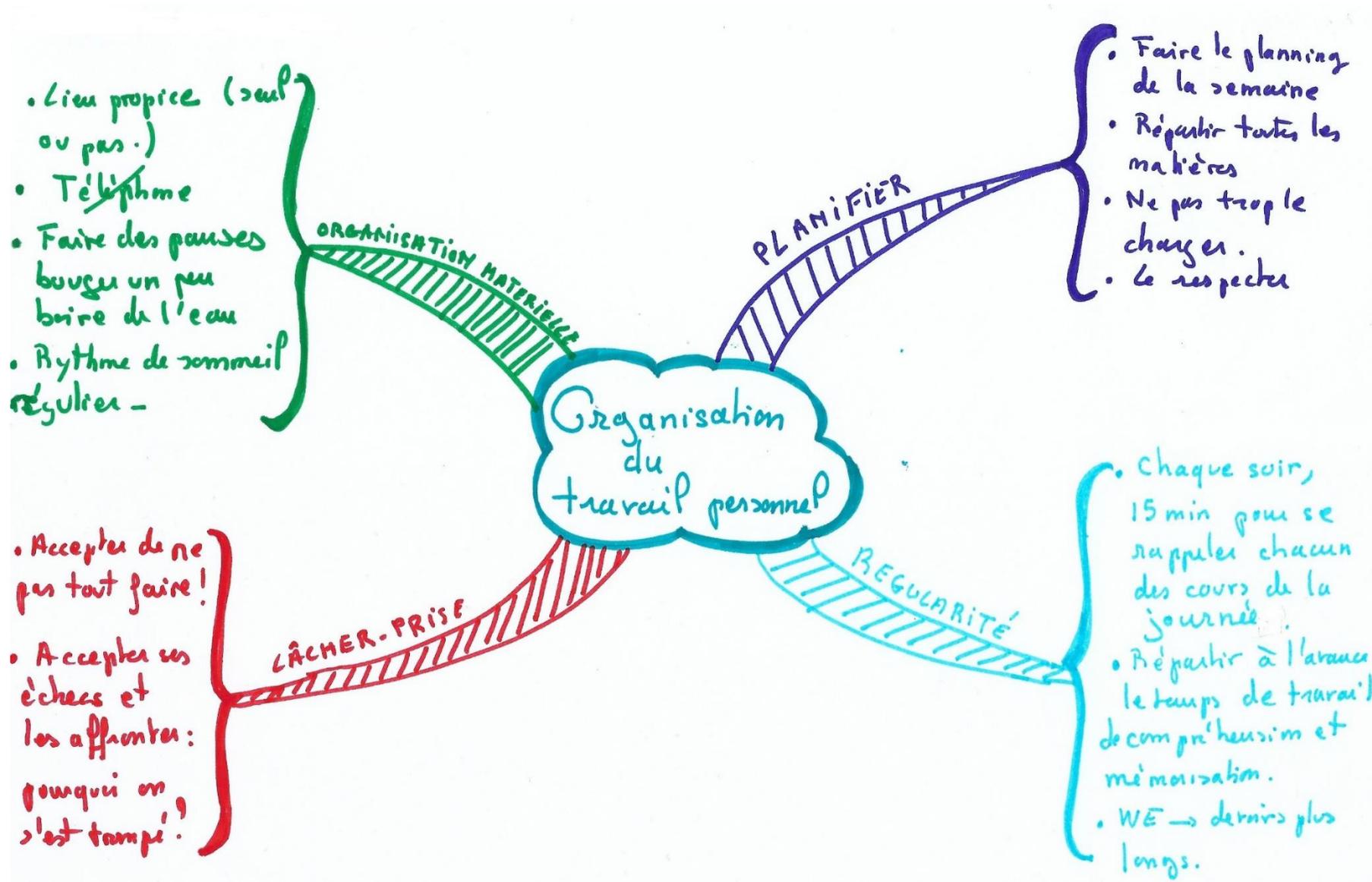
*« J'entends et j'oublie, je vois et je me souviens, je fais et je comprends ».*

(En fait chez certains on peut intervertir voir et entendre, mais pour tout le monde, c'est **FAIRE**, le plus important !)



## CHAPITRE 3

*Je m'organise pour être efficace*



**Un des secrets de la réussite en classes préparatoires, c'est l'organisation.** Tu vas avoir énormément de travail, des cours intenses, qu'il te faudra reprendre chez toi, des exercices à faire, des devoirs à la maison, des colles à préparer, des devoirs surveillés toutes les semaines. Si tu laisses passer trop de temps entre le cours que tu as suivi en classe et le travail de compréhension et de mémorisation, cela te sera plus difficile et te prendra plus de temps. Si tu laisses le travail s'accumuler, en très peu de temps, tu risques de te retrouver devant une montagne, et là c'est décourageant. Tu amorces un cercle vicieux.

Par ailleurs, tu vas devoir absolument trier, parce que c'est clairement impossible de faire correctement tout ce que les professeurs vont te donner comme travail. Il va te falloir **distinguer l'essentiel de l'important**, ce qui est urgent et prioritaire, ce qui est important mais peu attendre, ce que tu feras peut-être un jour.

L'idéal, c'est de travailler **régulièrement**, indépendamment des échéances (colles ou devoirs surveillés). Je sais que c'est difficile à croire au début, mais plus vite tu t'y mettras, mieux tu t'en sortiras.

Pour des raisons liées à la compréhension et la mémorisation, étudiées par les neurosciences, **chaque soir, reprends tes cours de la journée.** Je t'invite à lire le chapitre sur la mémorisation. C'est la priorité absolue !

Crée-toi un « rituel » de travail, cela t'aidera à t'y mettre.

Commence par te faire **un planning type de ta semaine**, en fonction de ton emploi du temps, de manière à consacrer un temps chaque soir à tes cours.

Réfléchis à tes besoins en sommeil et tiens en compte, et pense à te réserver un temps de pause le week-end (le samedi après-midi, surtout si tu as eu un devoir surveillé le samedi matin, ou le dimanche matin), temps de pause pendant lequel tu feras des choses qui te font plaisir, sans culpabiliser. Le travail du week-end peut être consacré aux devoirs à la maison, et aux révisions régulières des anciens cours. Car, attention, **tu ne dois pas oublier tes cours au fur et à mesure !**

Pour ce qui concerne les maths, chaque soir réserve 10-15 minutes aux calculs, en tout genre. (Je t'invite à voir le chapitre sur les travail mathématique).

Attention à ne pas trop charger ton planning, c'est décourageant. Dis-toi plutôt « je vais faire 30 minutes de maths », plutôt que « je vais apprendre mon cours et faire les trois exercices pour demain, et m'avancer pour la colle ». Il va te falloir apprendre **le lâcher-prise**, tu ne pourras pas faire tout ce que tu souhaites, ni approfondir comme tu voudrais. Fais de ton mieux.

Pour ce qui concerne **ton lieu de travail**, choisis un endroit où tu ne seras pas « soumis à la tentation » et dans lequel tu auras envie de travailler. Ce ne sera pas forcément dans ta chambre, ni seul. Ce sera peut-être plus efficace pour toi de travailler avec des camarades au lycée ou à la bibliothèque. Soit simplement en leur compagnie, chacun vaquant à ses occupations, soit carrément ensemble, en vous posant mutuellement des questions et en vous expliquant. C'est à toi d'observer ce qui est le mieux pour toi, sans te faire influencer !

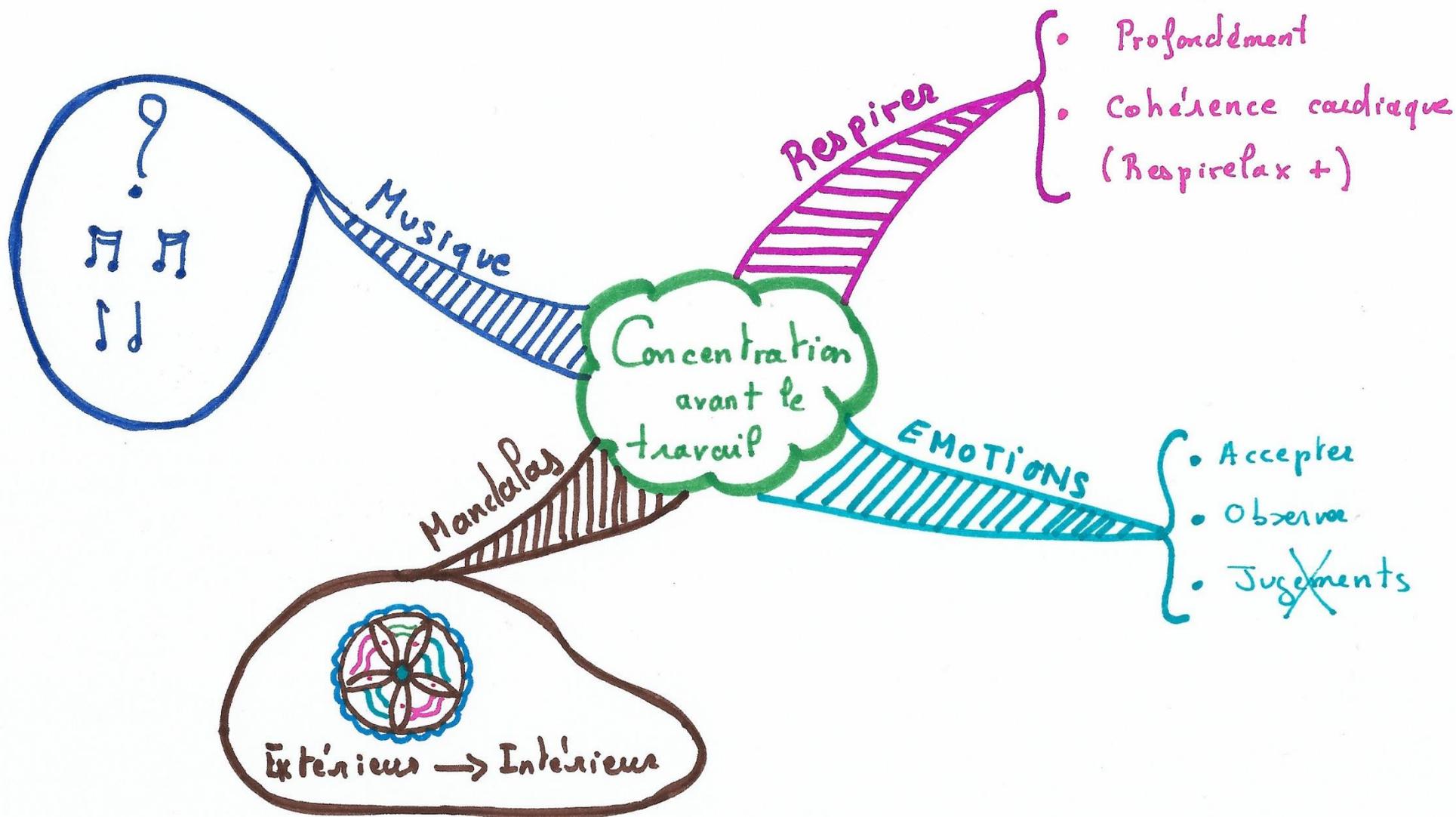
**Fais un sas entre le la fin des cours et le début de ton travail personnel.** Cela peut-être le temps du repas, ou une promenade que tu fais avant de rentrer chez toi.

Pour ce qui concerne **le découpage du temps**, fais des pauses régulièrement, toutes les 30 minutes à peu près. Des pauses de 5 minutes, pendant lesquelles tu te dégourdis les jambes, sors t'aérer, bois un verre d'eau. Tu peux varier les disciplines (30 minutes de maths, suivies de 30 minutes de physique), ou bien rester plus de temps sur une même matière. Encore une fois, observe ce qui est bon pour toi.

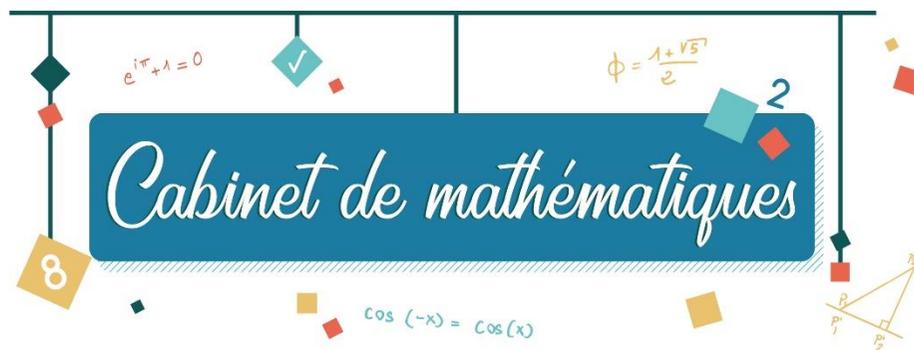
**Tu peux travailler en mouvement**, tu es assis toute la journée. Par exemple, tu peux t'installer un tableau ou un paper-board et travailler debout, tu peux te réciter ton cours en marchant dans ta chambre...

**Si tu as du mal à te concentrer**, voici quelques trucs que tu peux faire avant de te mettre au travail qui sont efficaces, en tout cas je t'invite à les tester et à te faire ton propre rituel. Au bout de quelques temps, tu auras pris l'habitude d'associer certains gestes au temps de travail et tu t'y mettras plus rapidement.

- **Respire !** Utilise par exemple l'application Respirelax+, qui est une application de cohérence cardiaque et gestion du stress.
- Bois un verre d'eau (en plus c'est bon pour le cerveau)
- **Colorie un mandala**, de l'extérieur vers l'intérieur, pendant quelques minutes. (Tu en trouveras un à la fin de ce fichier, qui a été fait avec le logiciel gratuit : <https://www.staedtler.fr/fr/mandala-creator/#>)
- Accueille tes émotions. Si tu es en colère, ou en stress à cause d'une mauvaise note, avant de te mettre au travail, prêtes-y attention. Le mieux c'est de te demander « où ça se passe dans ton corps », et de te concentrer sur tes sensations physiques. Elles disparaîtront ou diminueront rapidement.
- Tu peux t'aider de « musique de concentration », qui aident certains. Encore une fois il faut tester.

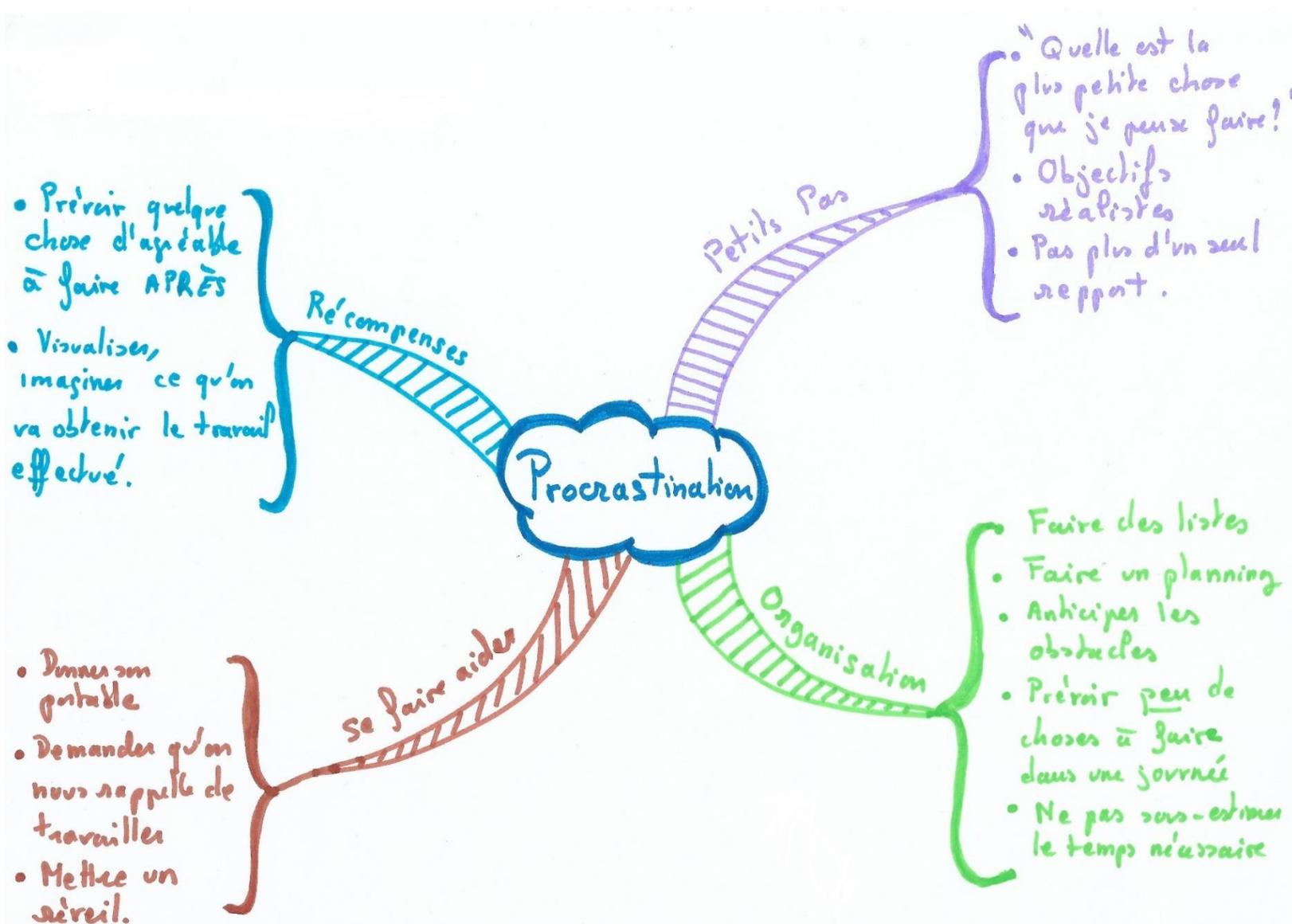






## CHAPITRE 4

*Je n'arrive pas à m'y mettre, que faire ?*



Tu rentres chez toi après les cours, et **tu traînes avant de te mettre au travail**.

Tu as décidé de reprendre tous tes cours, de faire les exercices pour le lendemain, d'apprendre tes démonstrations de cours, de t'avancer pour ton devoir maison... et finalement tu as perdu une heure sur les réseaux sociaux, tu as passé une heure au téléphone avec ta copine, tu es resté assis à ton bureau en dessinant, tu ne sais même plus à quoi tu as passé ton temps et il est 22h, **tu n'as rien fait**.

Cela fait 10 jours que tu as ce devoir à rendre pour demain lundi, il est 20 heures dimanche soir et tu t'y mets, à la va-vite, en mode stress, avec une bonne dose de mauvaise conscience. Tu n'arrives pas à réfléchir, finalement tu appelles un copain pour qu'il t'envoie son devoir en photo et tu le recopies.

Et tout cela te provoque un malaise ? **Tu n'es pas content de toi ?**

Si tu te reconnais, c'est que tu es concerné par la **procrastination**. Je t'invite à regarder cette vidéo, très drôle, qui montre avec humour les tribulations et les affres d'un procrastineur. [https://www.ted.com/talks/tim\\_urban\\_inside\\_the\\_mind\\_of\\_a\\_master\\_procrastinator/transcript?embed=true&language=fr](https://www.ted.com/talks/tim_urban_inside_the_mind_of_a_master_procrastinator/transcript?embed=true&language=fr)

(Comme cela, tu auras une bonne raison de trainer sur YouTube. Et cela te fera bosser ton anglais.)

La **procrastination**, c'est le fait de toujours remettre à plus tard. « Pourquoi faire aujourd'hui ce qui peut être fait demain ? »

Si tu as cette habitude, elle repose peut-être sur la  **croyance que « je travaille mieux sous pression »**, et sur une expérience au lycée, dans laquelle tu as eu une très bonne note en t'y prenant au dernier moment, et dont tu as fait une généralité. C'est ce qu'on appelle « une fausse croyance » (même si cette terminologie est curieuse). En tout cas, en prépa, cela ne te réussira pas. **Mais c'est difficile de changer d'habitude !** D'un côté, le plaisir et la satisfaction immédiate, de l'autre côté, une tâche ardue pour réaliser un objectif lointain et parfois peu clair (qu'est-ce que tu feras dans cette grande école, quel avenir professionnel ?)

Une autre raison qui pousse à la procrastination, c'est **l'ampleur de la tâche**. Le travail à faire semble interminable, trop long, tu ne vois pas par quel bout le prendre. Tu te sens peut-être incapable d'y arriver. Les « je suis nul » te trottent dans la tête ?

Alors que faire ?

**La chose la plus importante est de commencer.** Il ne s'agit pas de faire ton devoir à la maison en entier, mais de commencer ton devoir à la maison, **pendant 10 minutes.**

Tu vas y réfléchir 10 minutes, et puis tu t'arrêteras. Ou pas. Tu vas sûrement te rendre compte que finalement ce n'est pas si désagréable et continuer un peu. Et tu seras très satisfait.

C'est ce qu'on appelle « **la méthode des petits pas** ». « Quel est le plus petit pas possible que je peux faire ? »

**Fixe-toi des objectifs réalistes**, et après, divise encore tes objectifs, pour qu'ils soient vraiment réalistes. Par exemple « pendant 10 minutes je travaille tout le chapitre du cours de maths », en « pendant 10 minutes, je travaille le premier théorème du cours ». Et si tu les dépasses, tu en tireras une grande satisfaction.

**Prévois-toi des récompenses**, pour que ton cerveau associe travail et plaisir. « Je travaille 10 minutes et je réponds à mes messages ».

La motivation est souvent plus forte le matin. Le samedi ou vendredi soir, prévois ce que tu feras le lendemain matin, fais-toi un planning, ou une liste. Et quand tu te lèves le matin, tu y vas, sans te poser de questions.

Pour ton travail de la semaine, **organise-toi**. Prévois les plages de travail, mais pas le contenu précis, sinon tu risques d'y mettre trop de choses et de recommencer à procrastiner devant l'ampleur de la tâche.

Imagine, visualise précisément comment tu vas travailler, **où, quand, combien de temps.**

Voici un exemple de planning concernant l'organisation du travail personnel pour un gros procrastineur en « désintoxication » : (inspiré des prépas MPSI, à adapter bien sûr !)

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
19h-19h20	Maths	Chimie	SI/Info	Maths	Anglais
Pause					
20h-20h30	Physique	Maths	Physique	Chimie	Maths
Pause					
21h-21h30	Anglais	Physique	Français	Physique	Physique

Tu remarqueras que cela ne fait finalement qu'1h 20 de travail par jour, contre 1h de pause et en plus du temps libre après 21h30. Donc plus de pauses que de travail.

Ne précise pas ce que tu feras pendant le temps de chaque matière. Sinon, tu risques de te remettre la pression.

**Félicite-toi si tu tiens ce premier planning !** Au fur et à mesure, tu pourras travailler davantage.

**Pendant ta semaine, réserve un moment où tu ne travailles pas, avec bonne conscience !** Par exemple le samedi après-midi si tes devoirs surveillés sont le samedi matin.

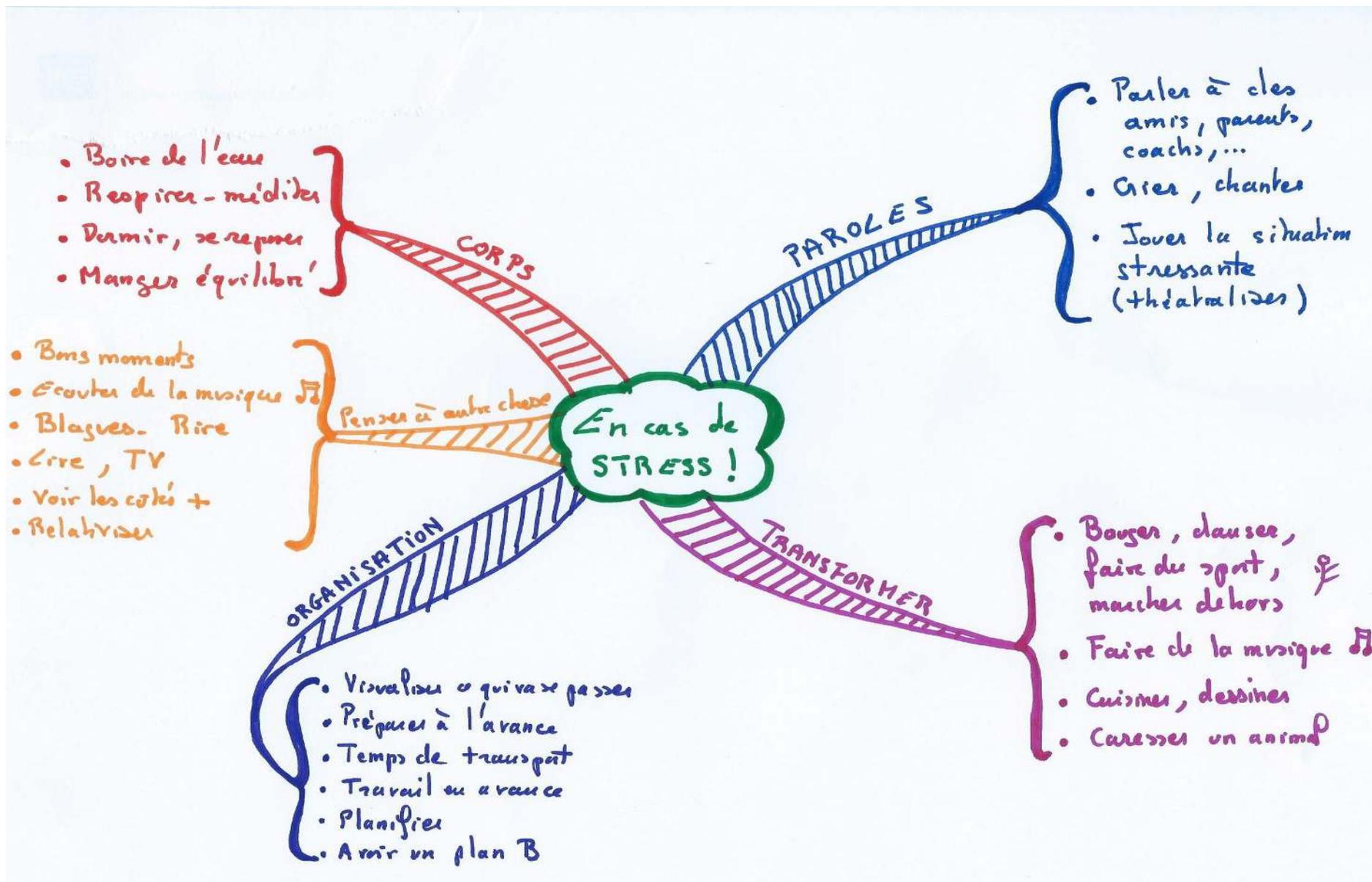
Et pense-y quand tu as une baisse de motivation.

Si tu n'arrives pas à t'y mettre malgré tout, **tu peux te faire aider**, par tes parents, un ami, qui « te rappellera à l'ordre », à qui tu pourras confier ton téléphone si c'est une tentation quand tu travailles.



## CHAPITRE 5

*Je fais de mon stress un allié*



Alors, tu stresses en prépa ?

Avant un devoir surveillé ? Avant une colle ? Tout d'abord, rassure-toi, c'est normal. Ce serait le contraire qui serait inquiétant !

**Mais de quoi parle-t-on exactement ?**

On distingue deux types de stress, **le stress absolu et le stress relatif**.

**Le stress absolu**, c'est quand une voiture te fonce dessus. Il n'y a qu'une issue possible, courir le plus vite possible, sinon c'est la mort. Le stress absolu, c'est quand il est question de vie ou de mort. Alors, dans ce cas, il ne faut pas réfléchir, et heureusement, la partie de notre cerveau qui s'appelle l'amygdale (ou le cerveau reptilien, tout un programme...) prend le dessus et nous fait avoir la bonne réaction (en général). Face à un danger, trois réactions qui sont, la fuite, l'affrontement ou l'inhibition (on fait le mort, on se fait oublier...)

**Le problème, c'est quand tu réagis de la même façon face à un exercice de maths.** Ou tout autre situation dite « stressante ». Dans le cadre de la prépa, il ne s'agira jamais de vie ou de mort ! N'oublie jamais ça !



**Le stress relatif** lui en revanche est très positif. Stresser avant un devoir ça veut dire qu'on le prend au sérieux, et qu'on va faire de son mieux. Le stress relatif donne de l'énergie. Il disparaît d'ailleurs avec l'action. On peut « stresser avant son devoir, mais une fois le sujet récupéré, on s'y met, et les pensées angoissantes et dévalorisantes se taisent. C'est ce qu'on appelle également **le trac**.

## Mais en fait, pourquoi tu stresses ?

Souvent derrière le stress ou la panique face à une difficulté ou une échéance scolaire, on trouve **une ou plusieurs expériences répétées d'échec**, ou de moquerie voire d'humiliation.

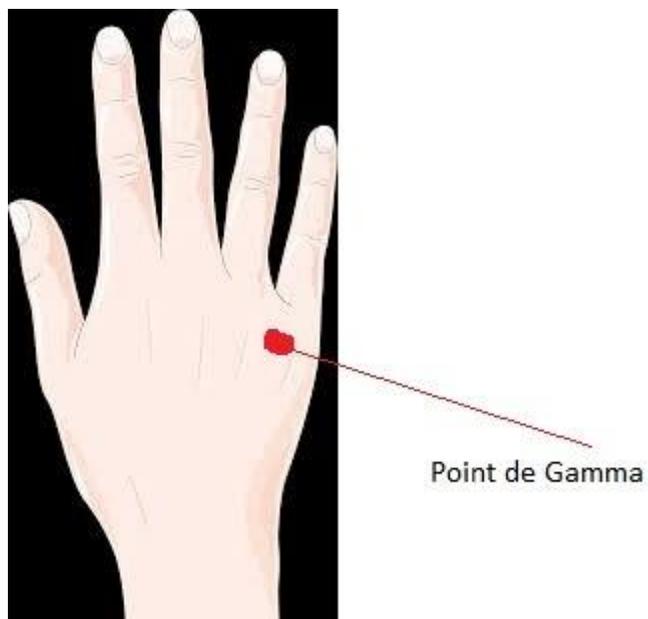
- Tu as mal répondu en classe et le prof s'est moqué de toi.
- Tu as travaillé, pourtant le prof t'a reproché ton manque de travail.
- Tu as entendu « tu es nul » quand il aurait fallu comprendre « ce devoir que tu as fait n'est pas bon ».
- Tu as peur de décevoir, tes parents ou tes profs.
- **Tu as peur de l'erreur, peur de l'échec.** Paradoxalement cela te conduit à des comportements qui apportent encore plus d'échecs, et le cercle vicieux s'installe.
- Peut-être d'autres causes qui te sont personnelles. **Prends un temps pour y réfléchir.**

## Alors que faire ?

Si tu es stressé juste avant le devoir, **respire** ! La respiration profonde a le pouvoir de faire baisser le niveau émotionnel rapidement. **Concentre-toi sur ton corps.** Que ressens-tu ? Tu as les mains moites, le cœur qui bat très fort, les jambes en coton, envie de vomir ? Mets tes mains sur la table, ferme les yeux et ressens le contact de tes mains sur la table. Sont-elles bien étalées ? Quels sont les points de tes mains qui touchent la table ? Le bout de tes doigts, la paume de tes mains ? Comment es-tu assis sur la chaise ? Sur le bout de tes fesses, ou bien tes cuisses sont-elles en contact avec la chaise ? Et ton dos ? Et tes pieds ? **Se recentrer sur son corps empêche les pensées négatives de se mettre en route, et tu rendras compte que tes sensations inconfortables vont diminuer, voire disparaître.**

Visualise ou se dis-toi ce que tu sais faire, dédramatise les conséquences éventuelles d'une mauvaise note (tu es là pour apprendre, qui s'en souviendra dans 10 ans...).

Tu peux également stimuler un point sur ta main, en appuyant dessus, en le massant, le point de Gamma (un joli nom mathématique 😊).



**Si ton stress est permanent**, tout au long de l'année ; au moment de se mettre à travailler chez toi, avant d'aller en cours, avant d'aller en colle, quand tu penses à la semaine qui vient, voici quelques pistes...

- **Exprime ton stress par la parole**, parles-en à des amis, à tes parents, aux professeurs ou au CPE, ou même à un médecin. Tu peux crier ! Dans certains lycées, avant les devoirs surveillés les élèves se réunissent dans la cour et crient.
- **Prends les échéances comme une pièce de théâtre, un jeu de rôles**. Répète chez toi, devant ta glace, en t'imaginant en colle, ou au tableau. Imagine-toi les pires situations, expérimente différentes attitudes possibles (tu ris, tu pars en claquant la porte, tu réponds peut-être même des choses très désagréables à l'encontre de ton prof ou du colleur – je te rappelle que tu fais ça chez toi, je ne te dis pas de le faire en vrai 😊). Ça défoule)
- Prends quelques minutes pour penser à autre chose. Rappelle-toi des bons moments, raconte-toi des blagues...
- **Transforme ton stress**. Continue à faire du sport, à courir, à danser, à taper dans un punching-ball, à sortir à l'extérieur. Ou si tu préfères, joue de la musique ou chante. Tu peux manipuler un objet (certains élèves font tourner leur stylo, c'est un peu agaçant pour les professeurs, mais encore une fois un dialogue devrait permettre de trouver une solution). Caresser un animal est également très apaisant.
- Pour ne pas trop stresser, **organise-toi** ! Si tu te mets à son devoir en temps libre la veille, ça va te conduire inévitablement au stress. À toi de voir si c'est pour trouver de l'énergie et si c'est efficace ! Fais-toi un calendrier, planifie ton travail, prépare tes affaires à l'avance pour ne pas être bousculé le matin...
- Si c'est le stress avant les écrits ou les oraux de concours, arrange-toi pour repérer le chemin la veille, prends de la marge en cas d'imprévu, arrive en avance.
- Le stress ne s'arrange pas si tu as une mauvaise hygiène de vie. **Le sommeil est primordial**. Il doit toujours passer avant le travail. Il est important aussi d'avoir une bonne alimentation, c'est le carburant qui permet de travailler, d'agir, de penser.
- Tu peux consulter un hypnothérapeute, ou un coach.
- Tu peux faire de **la cohérence cardiaque** ou toute autre forme de méditation. À faire très régulièrement ! (C'est comme les abdos, ça ne sert à rien d'en faire 100 la veille de partir en vacances au bord de la mer. Il vaut mieux en faire cinq tous les jours de l'année). En plus de faire baisser le niveau de stress, c'est un bon

entraînement à l'attention.

**La cohérence cardiaque**, c'est effectuer quelques minutes de respiration, dont les inspirations sont de même longueur que l'expiration. Tu peux trouver sur internet des tas d'applications qui t'aideront. Celle que je préfère, c'est Respirelax+.



**En cas de très gros stress , je te conseille l' Emotional Freedom Technique (EFT)**  
**( en français Technique de Libération des Emotions).**

C'est très efficace.

Stimule les points par des tapotements.

Fais la troisième étape trois fois de suite,

puis

fais la quatrième étape trois fois de suite, et tu peux t'arrêter là.

Ou bien, tu peux poursuivre par l'étape cinq.

Le jour d'un devoir surveillé ou d'une colle, tu peux stimuler, en appuyant dessus et en massant, le « point de Gamma » sur la main (c'est plus discret).

[www.ifpec.org](http://www.ifpec.org)

Une vidéo explicative : <https://www.youtube.com/watch?v=Uknzif6a8s>

C'est une technique que j'ai expérimentée sur moi et aussi avec de nombreux élèves que j'ai accompagnés dans mon cabinet. Les résultats sont impressionnants !

### EFT : LA MÉTHODE SIMPLIFIÉE

- 1) Identifier votre problème précisément : pensez à l'événement difficile que vous avez vécu et identifiez l'image la pire de cette situation, comme si vous pouviez la voir sur un écran face à vous.
- 2) Demandez-vous ce que vous ressentez en regardant cette image et évaluez l'intensité de votre ressenti sur une échelle de 0 à 10.
- 3) Stimulez le tranchant de votre main (droite ou gauche) que l'on appelle le «point karaté» en orange sur la photo de gauche en répétant une fois la phrase suivante : «même si j'ai encore cette image dans ma tête et que je ressens ces sensations, je m'accepte comme je suis. Et c'est bien normal de ressentir encore cela».
- 4) Stimulez une dizaine de fois chacun des points ci-contre en commençant par le sommet de la tête en répétant une fois une courte phrase de rappel du genre : «cette image» / «cette sensation» / «cette émotion que je ressens» / C'est bien normal que je ressente encore cela / etc.
- 5) A la fin de la stimulation des 15 points, respirez profondément, au besoin buvez de l'eau et évaluez ce que vous ressentez en repensant à la même image. Et recommencez le même processus jusqu'au soulagement total de votre ressenti.

Les points de stimulation des doigts et le point de gamme

Point Karaté (PK)

Point de Gamme

**Institut Français de Psychologie Énergétique Clinique**

[www.ifpec.org](http://www.ifpec.org)

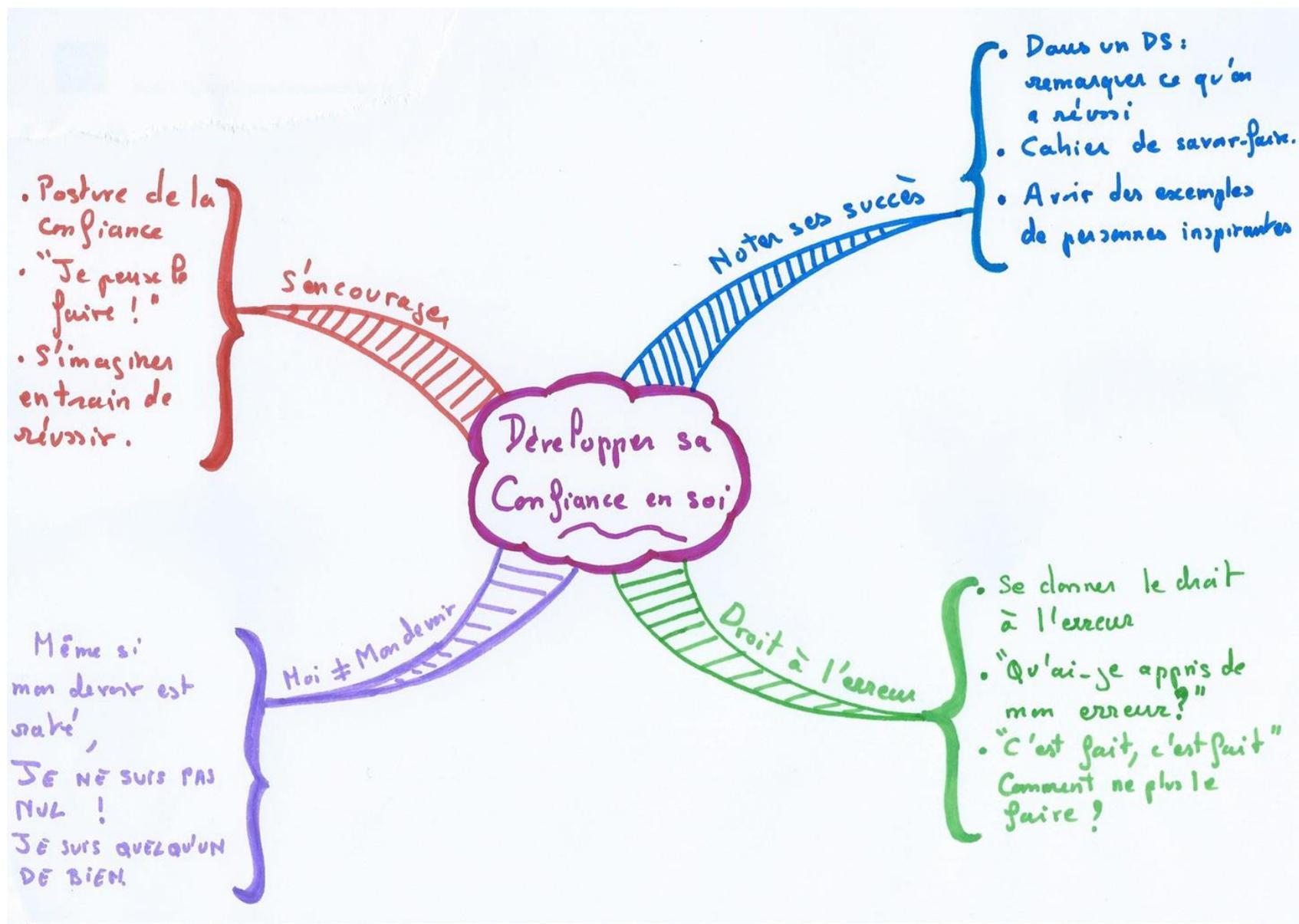
## Questions que tu peux te poser en cas de crise d'anxiété

- Que dirais-tu à un ami qui aurait les mêmes doutes que toi, pour l'aider ?
- Comment sais-tu que ce que tu crains va arriver ?
- Imaginons que ce que tu crains arrive effectivement, quelles seraient les conséquences ? Serait-ce si catastrophique ? Qu'est-ce que tu pourrais faire ?
- Il est normal de s'inquiéter. Même les champions doutent.
- L'inquiétude est une pensée. Tu peux l'observer et la laisser partir. A chaque fois que tu es inquiet, concentre-toi sur ta respiration, expire par le nez et souris à l'inspiration.
- Maintenant que tu as vu le problème, écris les solutions possibles.
- .... *A toi d'en inventer !!!!*



## CHAPITRE 6

*Je développe ma confiance en moi*



**As-tu confiance en toi ?** En particulier quand tu fais des mathématiques ? Est-ce que tu es sûr que ton raisonnement est bon, que ton calcul est juste ? Est-ce que tu sais t'évaluer quand tu sors d'un devoir surveillé ? Est-ce que ça t'arrive d'avoir de bonnes idées mais de ne pas les exploiter parce que tu penses que ça ne va pas marcher ? Est-ce que tes professeurs t'ont déjà dit « fais-toi confiance, aies davantage confiance en toi » ?

Si tu as répondu oui à une de ces questions, alors ce chapitre te concerne.

**Avoir confiance ne soi ne se décrète pas.** Cela se construit. C'est pour cela que je trouve toujours cette injonction « fais-toi confiance » curieuse. Comment faire ?

**Déjà, observe les situations de la vie où tu as confiance en toi.** Et demande-toi pourquoi tu as confiance. Cela peut-être quand tu fais du sport, ou de la musique, ou du dessin, ou bien encore quand tu cuisines ou fais des jeux vidéo.

As-tu toujours eu confiance en toi dans cette activité ? Est-ce parce que les autres (tes parents, tes copains) avaient confiance en toi ? Est-ce l'expérience ? Au début tu n'as pas réussi, puis tu as recommencé, recommencé, et remarqué qu'à chaque fois tu t'améliorais ? Parce que tu as eu des retours positifs ?

Si tu as ton permis, souviens-toi de la première fois que tu as été au volant d'une voiture. Tu n'étais certainement pas en confiance. Rappelle-toi les différentes étapes, les actions, les pensées, tout ce qui t'a permis d'avoir confiance et de réussir ton permis.

**C'est important que tu saches quel est « ton moteur » de confiance.** Si cela passe par la reconnaissance des autres, essaie de fréquenter des personnes qui vont te mettre en confiance et d'éviter les autres, celles qui vont te décourager, te transmettre leurs peurs.

Parfois le manque de confiance vient de **croyances qu'on a sur nous, d'étiquettes qu'on nous a mises.** « De tout façon, tu n'es pas un matheux », « tu ne sais pas travailler », « dans la famille on est ceci ou cela », « je te l'avais bien dit ». On appelle cela **des croyances limitantes.** Cela peut aussi être des croyances qui ont l'air positives comme « toi, tu es doué en maths ». (Alors que se passe-t-il le jour où on n'y arrive plus aussi facilement ?) Réfléchis aux étiquettes qu'on t'a collées. Sont-elles pertinentes, aidantes ? Sont-elles encore d'actualité ? Autorise-toi à te les enlever. Tu peux même faire un travail symbolique pour cela, en écrivant par exemple sur des post-it tout ce que tu as entendu sur toi et qui t'enferme, et aller t'en débarrasser en les collant sur un tableau, sur un mur, et en les mettant ensuite à la poubelle ou en les brûlant.

**Parfois, ta confiance s'est détruite avec la première mauvaise note.** Tu fais peut-être partie de ces élèves qui ont toujours très bien réussi au lycée, sans travailler, et tu as

eu 6/20 à ton premier devoir de maths, et tout s'est effondré. Pas de panique ! **Ta confiance est mise à l'épreuve**, il va te falloir la reconstruire. Peut-être n'avais-tu jamais connu d'échec. **C'est une chance que tu sois enfin confronté à cette situation**, tu vas vraiment pouvoir progresser. Reconstruire ta confiance, apprendre la persévérance, apprendre à travailler. C'est un moment inconfortable, mais c'est l'opportunité de grandir.

Si ta confiance passe par l'expérience, les succès ou les progrès, **il va te falloir prêter attention à tes réussites**. Remarquer ce que tu sais faire, noter tes acquis, les endroits où tu as progressé, plutôt que remarquer sans cesse ce qui te manque. Remarquer ce qui ne va pas, c'est ce qu'on a tendance à faire dans l'enseignement. Tu as eu 3/20 à ton devoir de maths ? Regarde et note ce que tu as fait pour avoir ces trois points. C'est un premier pas. **Distingue aussi toi-même et ton devoir**. C'est ton devoir qui « vaut » 3/20, pas toi. C'est juste une photo de là où tu en étais à ce moment-là.

**Évite de te comparer aux autres**. Ils ont leur propre chemin. Bien sûr c'est difficile, en classe préparatoire tu es plus ou moins tout le temps confronté à ça, il y a souvent des classements, des évaluations. Les professeurs comparent les élèves entre eux (même s'ils n'en parlent pas), ont une sorte d'étalon de ce qu'il faudrait arriver à faire (d'où parfois les « **insuffisant !** » qu'on retrouve sur une copie), imposent un rythme. Parfois même les professeurs comparent leur classe avec celles des années précédentes.

*Je me souviens, quand j'étais en classe préparatoire, il y a de nombreuses années, notre professeur de maths était très défaitiste sur la classe (c'était une spé M', l'équivalent des MP\*, dans un lycée versaillais très « côté », une des meilleures classes de France... ), j'étais déléguée de classe et je me souviens qu'au conseil de classe du premier trimestre, il a dit que c'était une très mauvaise classe, et qu'à part A..., il ne voyait personne intégrer ni l'école Polytechnique, ni les Ecoles Normales Supérieures... Et bien, justement cette année-là, tout le monde, sauf le fameux A... (qui a intégré Centrale Paris, quand même ), a eu Polytechnique ou les ENS...*

Pendant cette année de classe préparatoire, qui est **une année difficile pour la confiance**, tu vas pouvoir en profiter pour travailler et consolider ta confiance. Cela te semble paradoxal ? Mais c'est justement dans **la difficulté que l'on progresse**. Ce qui est important, et que tu vas apprendre, c'est à nourrir ta confiance de l'intérieur, et te passer de l'extérieur. Bien sûr, si ton professeur te félicite, c'est agréable et plaisant, et tant mieux ! Mais rien ne vaut te féliciter toi-même !

Pour cela, **je te propose de te faire un « petit cahier des réussites »**, et de noter dessus tout ce que tu fais de bien (dans le domaine des mathématiques, mais bien sûr tu peux l'adapter pour un autre contexte), tout ce que tu sais faire. **Commence par des choses basiques**, comme « je sais résoudre une équation du second degré », « je sais

calculer une somme géométrique », « je sais calculer une dérivée » etc. **Va aussi chercher dans tes copies ce que tu as réussi !** Quand tu sors d'une colle, réfléchis aux questions auxquelles tu as répondu.

**Ce carnet, relis-le régulièrement, spécialement avant un devoir surveillé.**

Dans ce petit carnet, tu pourras également noter des phrases d'auto-encouragement, ou des phrases inspirantes, comme ces trois-là :

*« Il n'y a que ceux qui ne font rien qui ne font pas d'erreurs »*

*« Dans la vie je ne perds jamais, soit je gagne, soit j'apprends » (N. Mandela)*

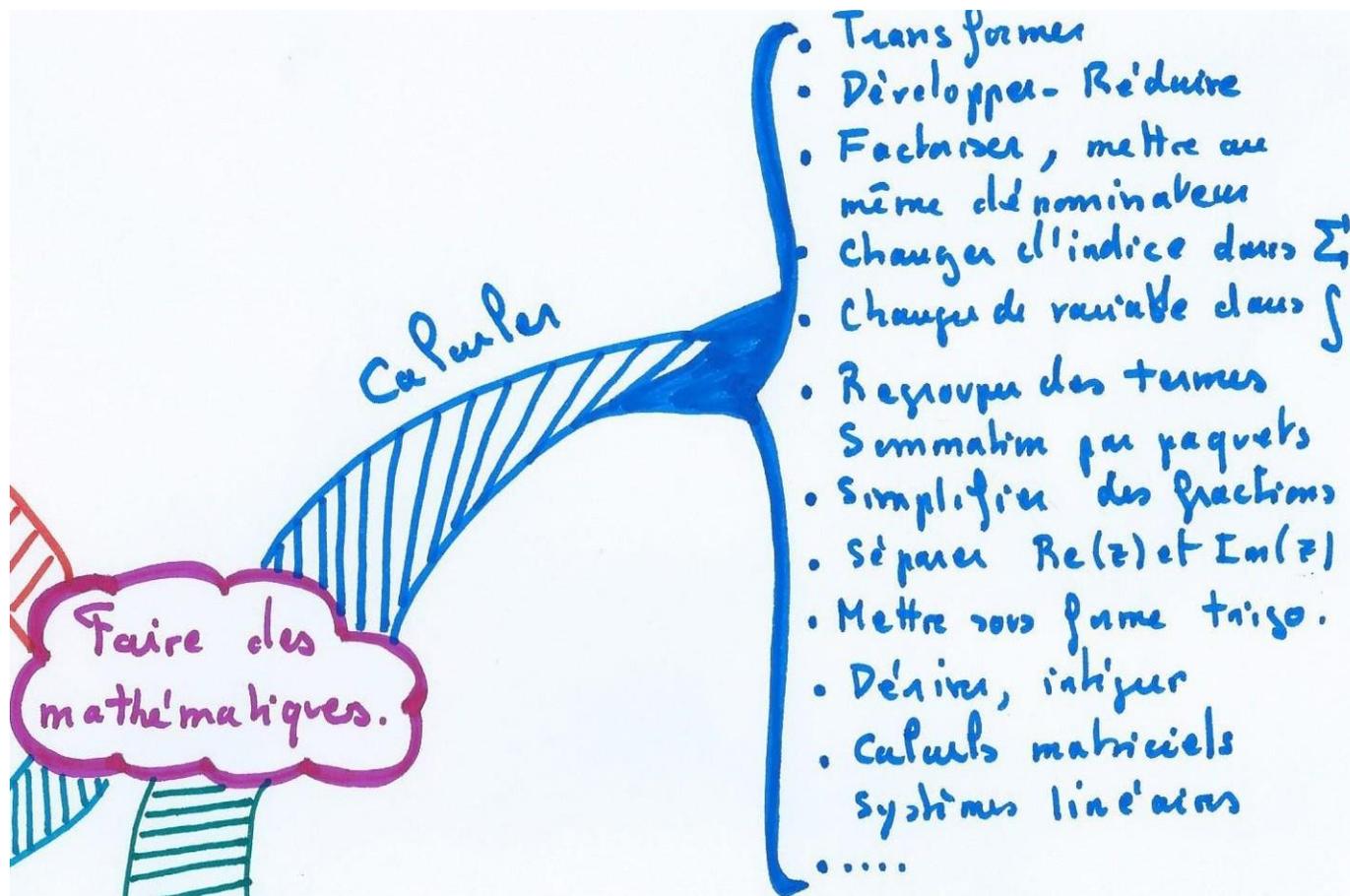
*« Tu t'es trompé, c'est génial ! Qu'apprends-tu de tes erreurs ? »*

Pour gagner en confiance en toi, **tu peux « jouer » à avoir confiance**, et adopter la posture de la confiance : tête relevée, épaules en arrière, mains sur les hanches, pieds légèrement écartés bien ancrés dans le sol, regarde les gens dans les yeux, souris. Tu peux faire ça devant ta glace pour commencer, en te disant des phrases d'encouragement et en te visualisant en train de réussir.

**Tu peux aussi enquêter autour de toi**, chez tes proches ou tes camarades : est-ce qu'ils ont confiance en eux, dans quel domaine, pourquoi ? Renseigne-toi sur la vie des gens que tu admires ? Ont-ils connu l'échec ? Comment en sont-ils arrivés à cette confiance ?

**Une activité qui développe la confiance et qui en plus t'aidera à te sentir à l'aise en mathématiques, c'est le calcul !** En effet, faire des calculs, les réussir, les faire avec de plus en plus de facilité, permet d'augmenter son « taux de réussites », de savoir qu'on pourra toujours faire quelque chose dans un devoir (il y a toujours un truc à calculer). Tu envoies ainsi à ton cerveau **un message positif sur ta capacité à réussir en maths**. Cela développe aussi des connexions dans ton cerveau, qui t'aideront à faire des mathématiques. Il ne s'agit pas seulement d'additions et de multiplications ! Quoique des calculs de somme et de simplifications de fractions ça ne fait pas de mal !

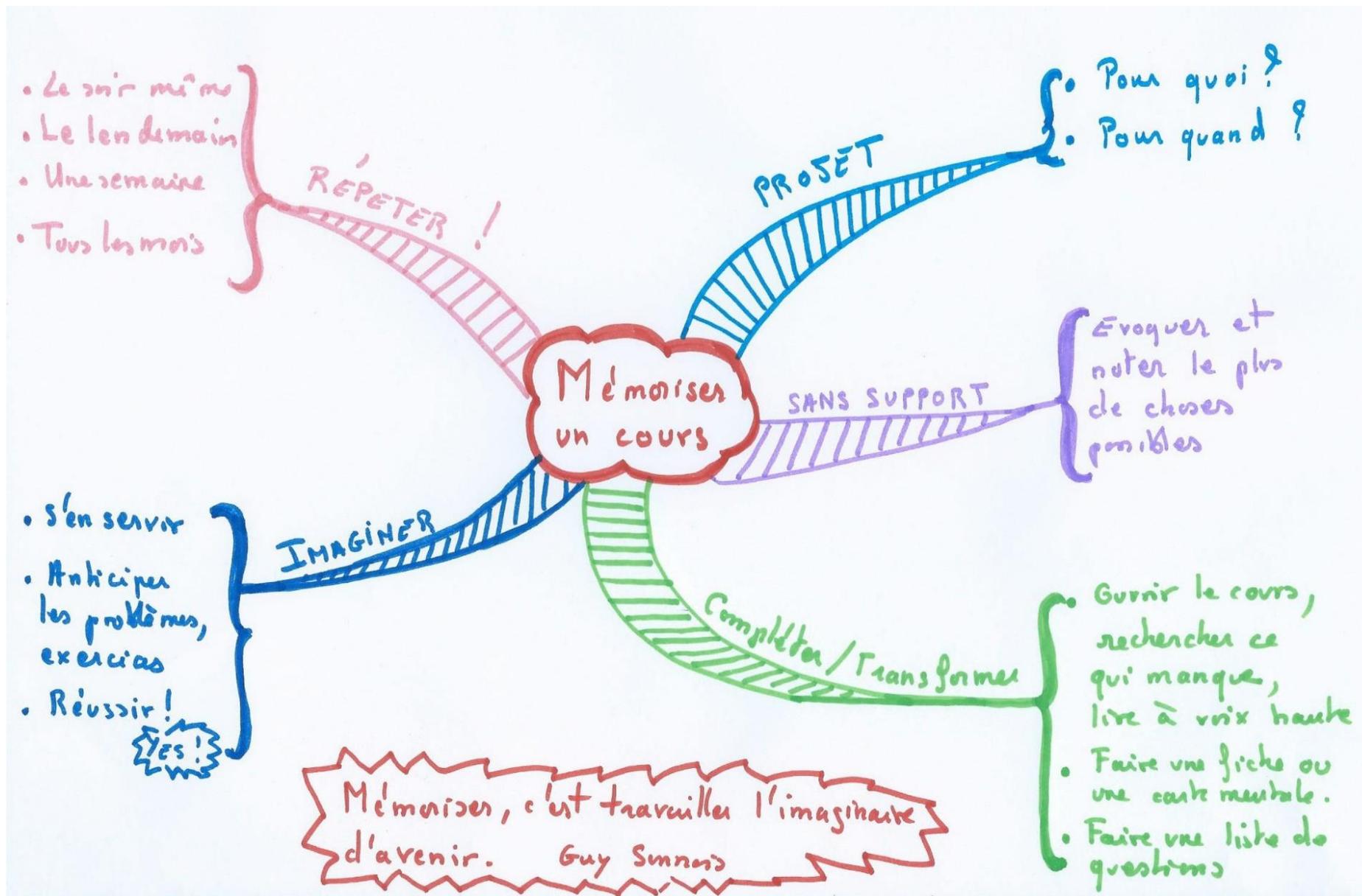
Je t'invite à faire au moins un calcul par jour. Quand tu bloques, quand tu n'as pas le moral, quand tu doutes, fais un petit calcul, même s'il n'a rien à voir avec le chapitre que tu es en train de travailler. Ça te mettra dans une dynamique de réussite. Par calcul j'entends :





## CHAPITRE 7

*Je mémorise mon cours pour pouvoir l'utiliser*



Pour apprendre un cours, la première chose, c'est de savoir pour quoi, dans quelle perspective tu l'apprends. **Le projet est très important.** Si tu apprends ton cours pour la prochaine colle, tu l'auras oublié juste après. Le cerveau est efficace, il met aux oubliettes de la mémoire les informations dont il n'a plus besoin.

Alors pour quoi veux-tu apprendre ton cours, pour quand ? **Le cours, en classe préparatoire, tu vas l'apprendre « pour les concours », et pour t'en servir pour résoudre les exercices, les problèmes, tout au long de tes deux années.** Le cours, c'est les définitions, les théorèmes, mais aussi les exemples, les exercices d'application. Et certains des exercices vus en cours.

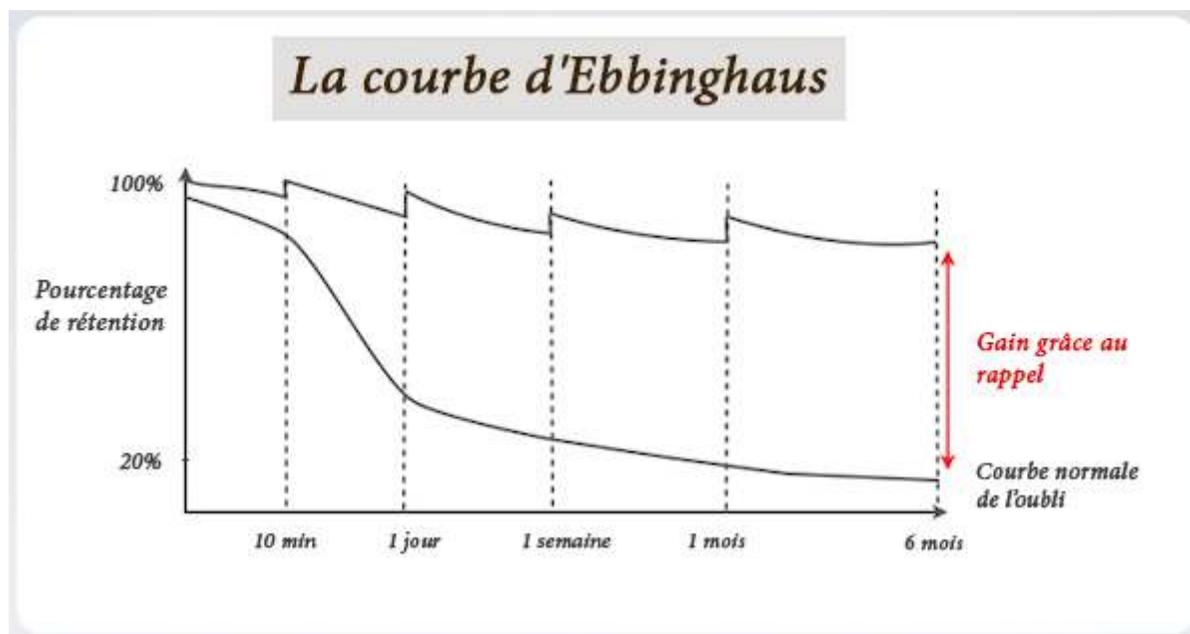
Souvent, les élèves, pour apprendre leur cours, commencent par le relire. Est-ce ton cas ?

Si tu fais cela en premier, cela ne va pas être très efficace. En effet, il est parfaitement possible de lire son cours en mode « pilote automatique ». De plus s'il est bien fait, ce qui est souvent le cas, tu seras pris dans la logique, tu auras l'impression de comprendre. Mais comprendre n'est pas apprendre !

**Apprendre nécessite un effort, un travail spécifique.**

**Avant de lire ton cours, prends une feuille blanche et note dessus le maximum de choses dont tu te souviens.** Eventuellement tu peux commencer à organiser les éléments dont tu te souviens. Pas la peine d'écrire toute la définition, si tu sais de quoi il s'agit. En tout cas, ce qu'il y aura sur cette feuille, c'est tout que tu as à ta disposition, si tu devais faire un exercice tout de suite. Au début, tu vas trouver que ce n'est pas grand-chose... Il est important d'affronter cette réalité. D'autant plus que tu vas pouvoir rapidement y remédier.

**Il te faut connaître le phénomène de l'oubli.** Ce phénomène est bien étudié et sans doute tu l'as déjà expérimenté. Essaie de raconter un film quand tu sors du cinéma, ou le lendemain, ou la semaine d'après. Tu auras oublié plus de 80% de l'information. C'est normal ! Et c'est tant mieux. C'est le côté « efficace » du cerveau. Imagine ta vie si tu te rappelais tout en détail !



Après avoir passé un moment à te rappeler le plus de choses possibles, **tu peux sortir ton cours et le lire, mais cette fois tu seras plus actif**, tu vas chercher s'il manque des choses sur ta feuille, si tu as les bonnes notions derrière les mots que tu as écrit. Tu peux même le lire à voix haute, pour t'entendre, ce qui peut permettre de le retrouver de cette façon aussi. Ce qui est primordial dans cette étape, c'est d'être engagé, actif.

**Puis, ensuite, pour mémoriser, il faut transformer.** C'est pour cela qu'il faut faire une fiche. Ou un dessin, ou une carte mentale. De plus, cette fiche te servira de boîte à outil pour faire tes exercices. N'hésite à être imaginatif et créatif. Inutile de recopier mot pour mot les définitions du cours (en général tu les connais). Mets des exemples d'applications, de situations dans lesquelles ces notions servent. Nous verrons au chapitre 8 «je comprends les notions mathématiques avec les 5 questions » un canevas pour la construire.

Tu peux aussi te faire **une liste de questions-réponses**, qui te permettront d'accéder à ton cours. Sur une colonne tu écris les questions, sur la colonne en face les réponses, et tu révises en cachant une colonne. Tu peux cacher aussi la colonne des questions, et avec les réponses retrouver les questions ! C'est intéressant aussi.

Il y a aussi la technique des « cartes-mémoires ». C'est utile pour les formules. Pour une égalité par exemple :

Recto :

$$\sum_{k=0}^n a^k$$

$$a \neq 1$$

Verso :

$$\frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$$

Il va falloir pendant les premiers temps, répéter ces actions, utiliser tes fiches régulièrement, te poser des questions et chercher les réponses. Tu peux le faire à voix haute, tu peux le faire en chantant, y associer des images amusantes ou loufoques.

Une fois cette fiche construite, il faut t'imaginer en train de t'en servir, en devoir surveillé, pour faire des exercices, en colle... **Et bien sûr t'imaginer en train de réussir !**

Il te faudra faire des réactivations régulières, en reprenant tes fiches et tes cartes mémoires, en suivant le même protocole (avant de les relire repense-s-y sans support).

**L'apprentissage passe par la répétition.**

**Associe le cours et les exercices, en insistant sur le lien entre les deux.** Quand tu reprends tes exercices, tu peux les refaire sans regarder la correction, je te conseille de les refaire en utilisant tes fiches d'ailleurs, cela te permettra de voir si elles sont bien faites. Mais à la fin de chaque exercice, note, remarque, les théorèmes que tu as utilisés. Quelles sont les questions, les mots clés, le contexte qui font penser à tel ou tel théorème ? A la fin de chaque exercice, essaye de le résumer en une phrase. Imagine quelques indications que tu pourrais donner à un camarade pour qu'il le fasse, sans que tu le fasses à sa place. Demande-toi s'il ressemble à d'autres exercices que tu connais.

**Pendant le sommeil, le cerveau trie et décante les informations.** Ce qui est justifié biologiquement par l'activité durant le sommeil des protéines inhibant l'oubli. Chaque soir, avant de t'endormir, demande-toi « qu'est-ce que j'ai appris aujourd'hui ? ».

Si tu dois choisir entre travailler et dormir, dors ! Le sommeil est fondamental dans l'apprentissage.

**Tu vas objecter que cela va prendre du temps. En effet !** Surtout au début. Mais tu ne peux pas en faire l'économie. C'est une habitude à prendre.

En regardant la courbe de l'oubli, tu comprends pourquoi tu dois faire, le soir même, un premier travail d'apprentissage du cours, puis le lendemain ou le surlendemain, puis le week-end qui suit. Si tu attends trop longtemps, le travail de rappel sera plus difficile. Ensuite, il te suffira de faire des réactivations rapides, régulièrement.

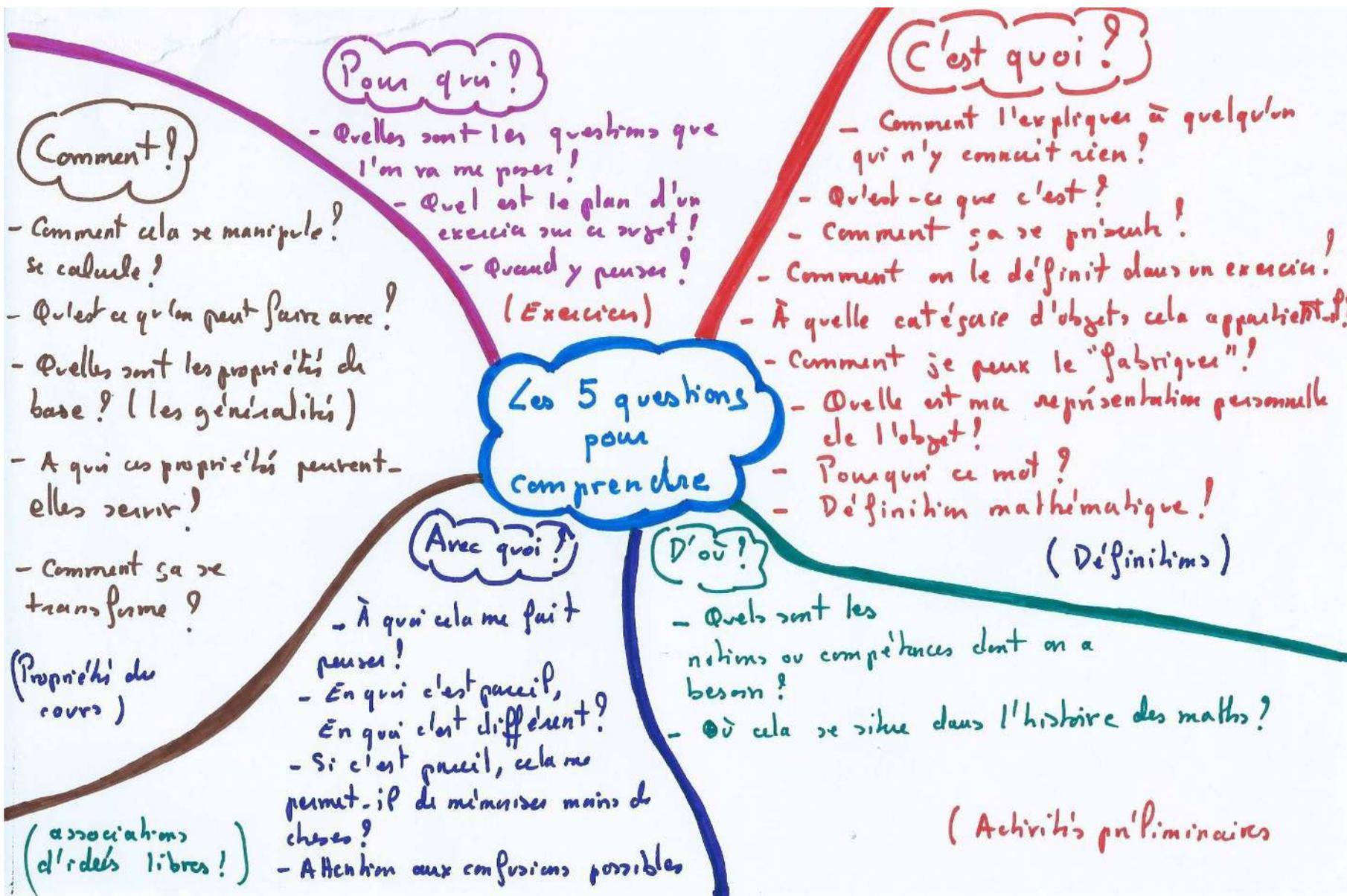
Pour résumer, en m'inspirant de l'article paru dans « Cerveau et intelligence » en janvier-février 2019, « Boostez-vos capacités », voici les 6 étapes de la mémorisation :

1. **Mettre en mémoire le plus tôt possible.**
2. **Être engagé activement (lire un cours une fois ne suffit pas).**
3. **Trouver des codes précis, élaborés et variés pour placer les informations en mémoire.**
4. **Organiser l'information (retenir le plan, le titre...)**
5. **Trouver des étiquettes, des procédés mnémotechniques pour les passages les plus difficiles.**
6. **S'entraîner : réciter, se faire interroger, se poser des questions..., le plus grand nombre de fois possible.**



## CHAPITRE 8

*Je comprends les notions mathématiques  
avec les cinq questions*



### Comment sais-tu que tu as compris ton cours ?

Il se dit parfois, que pour bien comprendre quelque chose, il faut l'enseigner. Pour l'avoir expérimenté, en tant qu'étudiante, puis ensuite en tant que professeur, c'est assez vrai.

Pour toi, qu'est-ce que cela implique ? **Tu seras certain d'avoir compris quand tu pourras expliquer ton cours** à un copain, ou à un proche. C'est un très bon exercice. Tu peux aussi t'imaginer que tu vas avoir à faire un cours dessus le lendemain. Quand ton professeur te demande d'apprendre une démonstration de cours, c'est dans cet esprit. C'est pour t'aider à comprendre. Malheureusement, souvent, les étudiants apprennent par cœur sans comprendre.

Pour t'aider dans cette activité, comprendre, **je t'invite à utiliser les cinq questions**, présentées plus haut. Tu peux également te servir de ce canevas pour construire tes cartes mentales-fiches de cours.

La compréhension s'articule entre le passé et l'avenir. Pour comprendre, on s'appuie sur ce qu'on connaît, et on anticipe aussi sur ce qu'on va pouvoir en faire dans l'avenir.

*Les cinq questions pour comprendre sont les suivantes : Quoi, D'où, Avec quoi, Comment, Pour quoi.*

Je te les propose version maths, mais bien sûr, tu peux les adapter pour toutes les matières.

Les cours de mathématiques en classes préparatoires sont souvent conçus sur le modèle suivant :

1. Définitions, présentation de l'objet mathématique (**Quoi ?**)
2. Présentation des propriétés générales et exercices d'application directe (**Comment ?**)
3. Exercices ou problèmes (**Pour quoi ?**)

Tu remarques que les questions **D'où ?** et **Avec quoi ?** ne sont pas explicites. Et souvent, le « **Pour quoi ?** », (en deux mots !) il faut le reconstituer par toi-même, en étudiant les exercices proposés.

Voici les questions que tu peux te poser après chaque cours, en relisant ton cours. Fais attention, apprendre et comprendre ce sont deux choses différentes. Pose-toi ces questions et cherche des réponses avant d'apprendre ton cours. L'apprentissage t'en sera grandement facilité.

**Quoi ?** Il s'agit de tout ce qui tourne autour de l'identité. Comment tu l'expliquerais à un camarade qui a loupé le cours ? La réponse n'a pas à être formelle et rigoureuse, **au contraire**, c'est bien d'en avoir une vision personnelle, **imaginée**. Tu peux aussi observer comment on en parle dans un exercice, comment on le définit dans un exercice. Tu peux te donner des exemples. *Essaie par exemple avec le concept de « suites ».*

**D'où ? (ou Pourquoi ?)** Tu peux aborder cette question de deux façons, une façon historique : quelle est la place de cet objet dans l'histoire des mathématiques ? Certains professeurs le font, ou tu peux faire des recherches sur internet, sur Wikipedia c'est souvent bien fait. La deuxième façon, c'est la place de cet objet dans l'histoire de ton cours de maths: pourquoi on en parle maintenant, de quelles connaissances antérieures a-t-on besoin ? (*Par exemple impossible de parler des nombres complexes sans avoir parlé des nombres réels. Les nombres complexes ont été inventés pour résoudre des équations polynômiales, en particulier du second degré.*) En répondant à cette question, tu pourras aussi faire des liens entre les diverses parties de ton cours.

**Avec quoi ?** Ce sont tous les liens justement que tu peux faire avec ce que tu connais déjà. C'est très important pour comprendre quelque chose. Suivant ta personnalité, tu vas plutôt chercher les ressemblances, ou au contraire remarquer les différences. (*C'est un peu ce qui se passe quand on voyage à l'étranger et qu'on compare les mœurs dans ce pays avec les nôtres.*) Cela va t'aider à développer la capacité à faire des associations d'idées, éventuellement te permettre d'éviter des confusions, en cherchant les différences... *Par exemple si dans ton esprit tu associes « opposé » et « inverse », tu vas faire des mélanges. Fais alors une carte mentale « à bulles » (voir dans le chapitre 0).* Faire un lien peut également te permettre de soulager ta mémoire, tu n'auras qu'une chose à apprendre au lieu de deux. De plus, face à un exercice, c'est en se demandant « à quoi ça me fait penser ? » qu'on trouve des idées.

**Toute association d'idée est à creuser, qu'elle soit dans le domaine mathématique ou en dehors du domaine mathématique.**

*(Les nombres complexes, ça fait penser aux nombres réels. Il s'agit des mêmes règles de calcul - donc pas besoin d'apprendre de nouvelles formules. En revanche, il n'y a pas*

**Comment ?** c'est l'ensemble des manipulations que tu peux faire sur cet objet. Qu'est-ce qu'on peut faire avec, de façon assez terre à terre. (*Les nombres complexes, on peut faire des opérations, calculer des modules, mettre sous forme trigonométrique. Identifier partie réelles et imaginaires, retrouver des formules trigonométriques. Linéariser des produits de sinus et cosinus. Calculer certains cosinus ou sinus en identifiant forme algébrique et forme trigonométrique...*)

**Manipuler un objet, cela peut te permettre aussi de le comprendre et ensuite de répondre aux questions sur le « quoi ? ».**

**Pour quoi ?** c'est-à-dire, à quoi ça sert ? Quels problèmes on peut résoudre avec cet outil ? On peut y mettre des exemples, noter des situations où l'on s'en est servi. Cette partie se remplit en particulier en observant les exercices fait en cours. **Elle s'enrichit tout au long de l'année.**

*(Pour les complexes : résoudre des équations polynômiales, polynômes de Tchebichev, géométrie plane, racines n-ièmes de l'unité, calcul de valeurs propres...)*

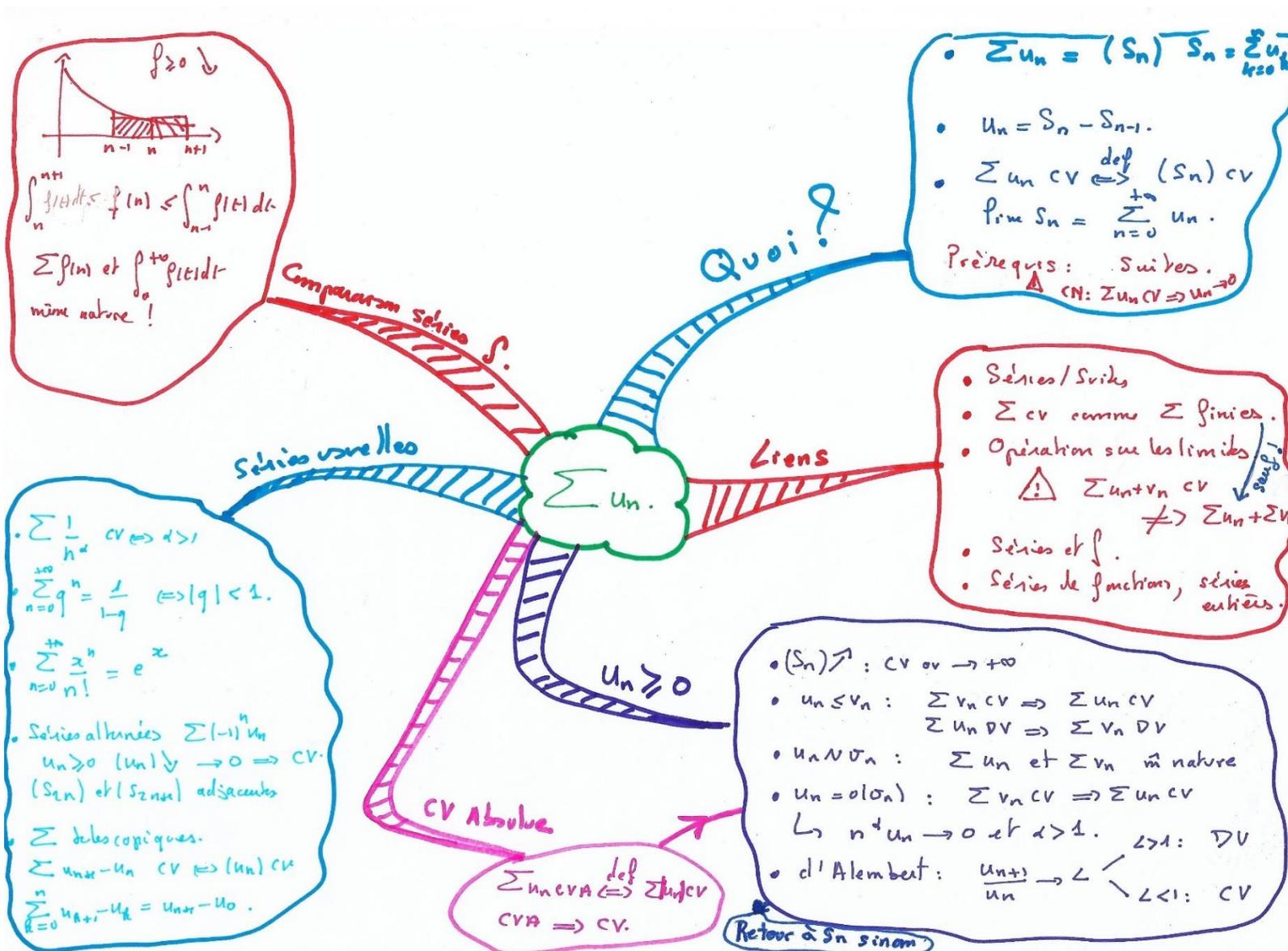
*On distingue 3 types de connaissances :*

- les connaissances déclaratives (la formulation des règles, des faits) ;*
- les connaissances procédurales (comment faire, application) ;*
- les connaissances conditionnelles (quand, dans quelles situations on va réutiliser ce qu'on apprend). Fais attention à cette dernière ! C'est en général ce qui te manque quand tu n'arrives pas à faire les exercices.*

**Suivant ton profil d'apprentissage, tu préféreras aborder d'abord les concepts et ensuite les appliquer, les utiliser, ou au contraire, d'abord manipuler, faire des exercices et ensuite revenir aux concepts. Il n'y a pas une méthode meilleure qu'une autre. Il y a juste la méthode qui est bonne pour toi.**

Tu peux avoir ces questions à l'esprit aussi en écoutant ton professeur en cours. S'il te vient des idées d'analogies, note les dans la marge.

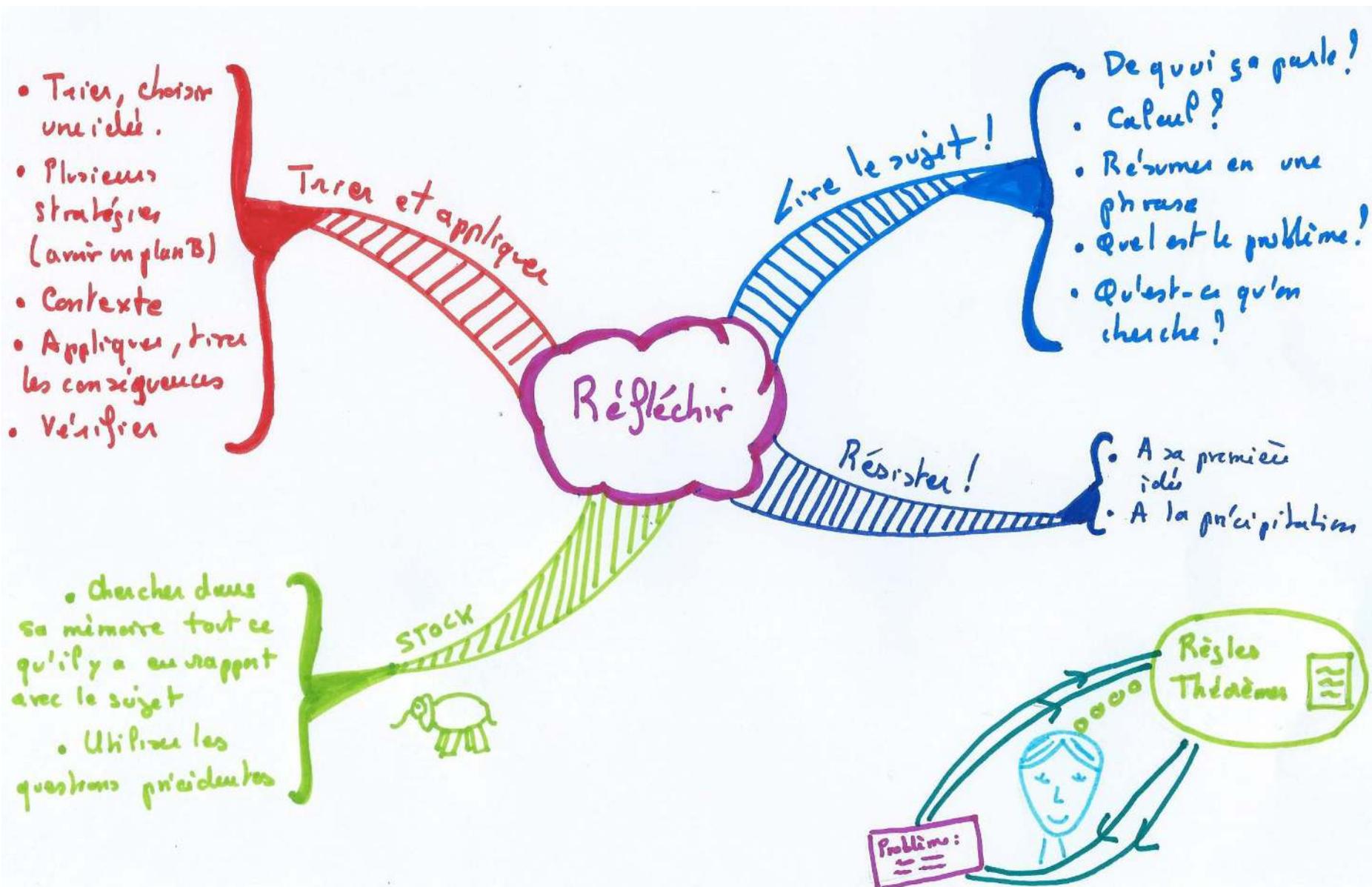
Sur la page suivante, **un exemple de carte mentale** construite sur ce principe, en l'adaptant au chapitre considéré, **les séries numériques**.





## CHAPITRE 9

*Je réfléchis et je rédige*



Très souvent, en cours, le professeur te dit « Réfléchis ! ».

**Mais qu'est-ce que ça veut dire réfléchir ? Et comment faire ?** Il te semble certainement que les idées pour faire les exercices viennent naturellement à ton professeur, on ne sait d'où. Et c'est probablement ce qui se passait pour toi au lycée. Tu lisais l'énoncé et tu avais déjà la solution en tête. Seulement voilà, maintenant, tu es démuni : Tu as l'impression de ne pas savoir réfléchir.

Réfléchir consiste à faire de continuel allers-retours entre l'énoncé du problème et ses connaissances. Certains (en particulier les professeurs) font tout cela de manière automatique. Effectivement, quand on a de l'habitude et de l'expérience, tout cela se passe de manière plus ou moins inconsciente, en tout cas très rapidement, ce qui donne l'illusion de l'automatisme.

### **Quelles sont les étapes d'une réflexion efficace ?**

D'abord, et ce n'est pas si évident, **lire le sujet en entier, rapidement**. Demande-toi quelles sont les parties du cours dont tu vas avoir besoin. Quels sont les objets mathématiques présentés dans ce problème. Écris les théorèmes ou les formules qui te viennent à l'esprit et qui te paraissent importantes.

**Garde le sujet dans ta tête**, autant que possible. *La légende dit, que dans certaines classes préparatoires, les élèves ont vingt minutes pour lire le sujet et ensuite on leur enlève et ils doivent le faire de tête.* En particulier les notations. A ce stade, **résume-le en une phrase** (Exemple : [il s'agit d'étudier une suite, de trouver sa limite et un équivalent à l'infini](#)).

Ensuite, s'il s'agit d'un problème, **lis le sujet question par question. Cherche dans ta mémoire** (dans son stock de connaissances) tout ce qu'il y a en rapport avec le sujet. N'oublie pas le contexte, les questions précédentes ! (Même si on ne les a pas réussies. Tous les résultats démontrés dans un problème sont des résultats utilisables. C'est même souvent une bonne idée !). C'est ici que tu vas te servir de tes fiches, de « ta boîte à outils ». (Exemple, [il s'agit d'étudier la nature d'une série. Quelles sont les questions à se poser ? Elle est à termes positifs, j'ai donc plusieurs possibilités, équivalents, majoration « petit o », revenir à la somme partielle, etc.](#))

**Il faut ensuite trier**, et ne garder que ce qui paraît utile. (Ici, [je n'ai pas d'expression du terme général, donc je ne vais pas pouvoir trouver d'équivalent. En revanche j'ai un encadrement de la suite...](#))

**Je te recommande d'avoir plusieurs stratégies**, plusieurs idées. Si au départ il ne t'en vient qu'une ([par exemple la règle de d'Alembert pour le rayon de convergence d'une série](#)), prends un moment pour en chercher une autre. Puis, suivant le contexte, ou par préférence, on en choisit une. Il s'agit souvent d'appliquer un théorème (vérifier qu'on a les hypothèses, puis d'en tirer la conclusion.) Regarde ensuite si tu as obtenu ta réponse, ou si tu t'en rapproches.

Si ça ne marche pas, change de stratégie. (Après avoir vérifié tes calculs.)

*Réfléchir c'est donc identifier le problème, penser à un outil pertinent (c'est là que les associations d'idées servent), écrire d'abord le théorème comme on l'a appris, puis observer « qui joue le rôle de qui », et appliquer le théorème. Si ça ne marche pas, on recommence.*

**Les obstacles qui peuvent se produire au cours de ces étapes :**

- Mal identifier le problème.
- Oublier les données de l'énoncé ou la question posée.
- Avoir un stock de connaissances insuffisant ou des connaissances, des formules inexactes en mémoire.
- Manquer de pratique pour appliquer un théorème, ou se tromper dans ses calculs.
- S'arrêter trop tôt. En effet, il faut suffisamment poursuivre avant de décider que c'est une idée qui n'aboutira pas. C'est important de commencer, même sans être certain que l'on va aboutir.

Dans tout ce processus, il faut **apprendre à résister** ! Le phénomène d'inhibition a été mis en évidence par le psychologue Olivier Houdé. En effet, le processus de réflexion prend du temps et parfois, de fausses croyances ou d'anciennes croyances viennent à l'esprit beaucoup plus rapidement. Exemple : on apprend au collège l'existence des nombres négatifs, -2,-3 etc. Puis plus tard, « -x » qui désigne l'opposé d'un nombre, et donc « -x » peut être un nombre négatif. Il faut donc « résister » à sa première idée ou intuition, et en tout cas la valider par le processus de réflexion.

**Dans tous les cas, cela demande du temps, de se poser des questions, et d'expérimenter. Cela ne vient pas tout seul, et c'est normal !!!!!**

Pour qui rédiges-tu ton devoir ? Pour qui rédiges-tu l'exercice au tableau ?

**Pour ton professeur ? Pour le colleur ? Pour l'examineur ?**

Cela paraîtrait assez logique, puisque...c'est effectivement ton professeur qui lit ta copie, ou le colleur qui t'écoute !

**Tu crois peut-être qu'il faut répondre à la question posée ?** « La série converge-t-elle ? » ; réponse « oui ».

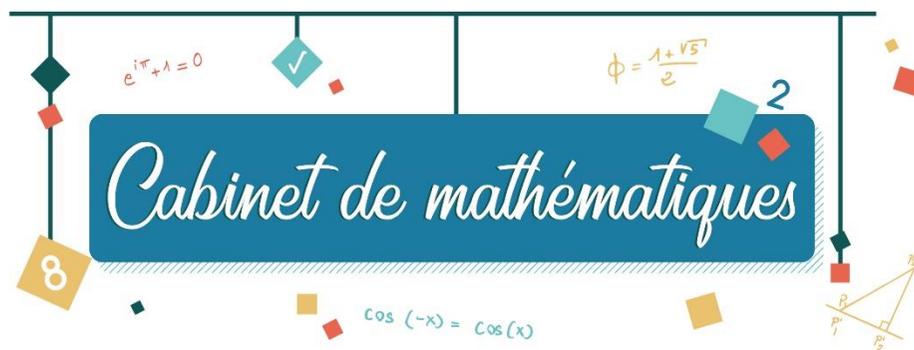
**Mais dans les deux cas, tu te trompes.** Tu dois imaginer que **tu rédiges pour un camarade, qui n'aurait aucune initiative.** C'est exactement comme quand tu fais un exposé. C'est à tes camarades que tu t'adresses. La difficulté à laquelle tu es alors confronté, c'est qu'il faut t'imaginer, à l'écrit, que tu t'adresses à un camarade et à l'oral, imaginer que le colleur ou plus tard l'examineur ne s'y connaît pas...

**Ton travail ne consiste pas seulement à répondre à la question posée,** mais à expliquer comment tu justifies ta réponse, c'est-à-dire, de quelles hypothèses tu pars, quels théorèmes tu utilises, etc. Il te faut bien sûr utiliser les théorèmes et les définitions vues en cours.

**Fais attention au hors-programme !** Tu ne pourras pas utiliser aux concours un résultat hors programme, que tu auras vu dans un exercice, ou même que ton professeur aurait exposé en cours.

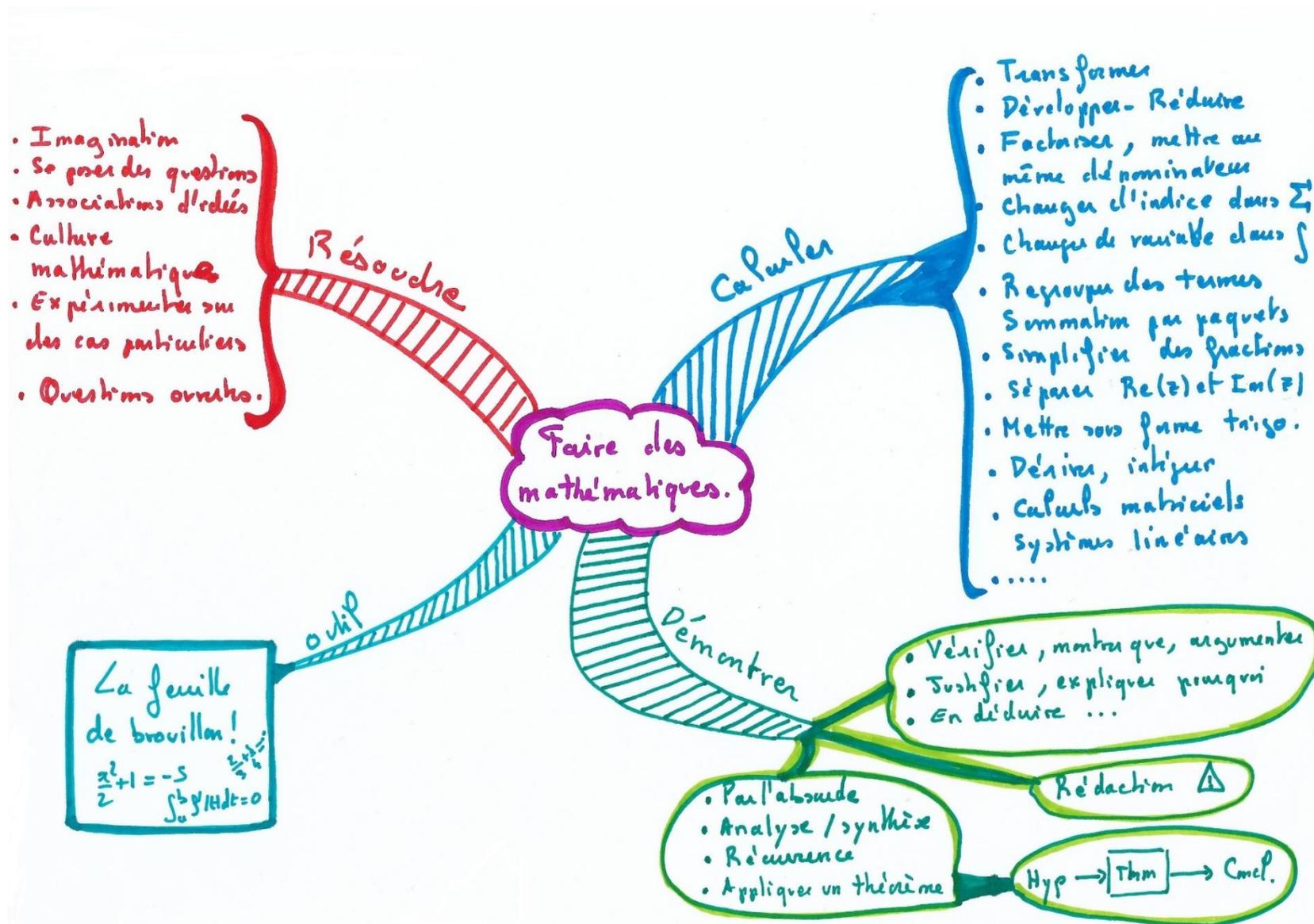
Je te conseille de télécharger les programmes officiels de ta classe. Cela te fait une bonne base de révision aussi, car ils sont assez succincts, donc si tu peux compléter c'est que tu connais bien ton cours ! Tu peux trouver les programmes de prépas scientifiques sur le site [prepas.org](https://prepas.org/index.php?module=Site&article=467) : <https://prepas.org/index.php?module=Site&article=467>

Pour les programmes de prépas commerciales, tu peux les trouver sur le site du ministère : <https://www.education.gouv.fr/cid72084/au-bo-special-du-30-mai-2013-programmes-des-classes-preparatoires-aux-grandes-ecoles.html>



## CHAPITRE 10

*Je deviens performant en mathématiques*



Dans la pratique des mathématiques, on peut distinguer trois types d'activités.

## Calculer, démontrer, résoudre.

Ces trois types d'activités peuvent se travailler de manière indépendante, et nécessitent des compétences différentes. En classe prépa, **à l'écrit c'est plutôt calculer, démontrer, et à l'oral résoudre**. Bien sûr, le calcul n'étant pas une fin en soi, cette compétence va être utilisée tout le temps.

### Le calcul

Faire des calculs, c'est très technique. C'est l'équivalent des gammes au piano. Ou de la grammaire dans une langue. (D'ailleurs, ne dit-on pas que les mathématiques sont un langage ?). Comme tout ce qui est technique, faire des calculs nécessite de **l'attention**, de **l'entraînement**, de **l'organisation** et aussi une **bonne gestion du stress**. Pour être efficace dans un calcul, il ne faudra surtout pas te précipiter, ni sauter trop d'étapes : **c'est à ce moment-là que l'on fait des erreurs**. Depuis que j'accompagne des élèves, en classe d'abord et à mon cabinet maintenant, je n'ai jamais vu d'erreurs d'étourderies ! Soit l'élève ne connaît pas ses formules et en « invente » alors, soit il va trop vite !!! C'est complètement contre-productif d'aller vite, en devoir surveillé en tout cas !

Tu dois bien connaître et comprendre les règles utilisées et ne pas le faire de manière automatique.

- Quand tu « barres » dans une simplification, tu fais quoi en fait ? Quand tu « fais passer de l'autre côté d'une égalité ou inégalité », quelle opération est en jeu ? Quand tu « distribues un signe », il ne s'agit pas de « changer les signes dans la parenthèse », sinon  $-(3-x)$  devient  $3+x$ . Tu devras observer l'expression avant de te précipiter dans une transformation (*par exemple pour réduire une somme de fractions au même dénominateur, observe les dénominateurs pour chercher le dénominateur commun le plus petit possible, et regarde s'il n'y a pas au préalable des simplifications possibles.*)

**Il est nécessaire de savoir aussi dans quel but tu fais un calcul** (si par exemple c'est pour étudier le signe d'une expression, il vaut mieux factoriser), ainsi que les « formes canoniques » attendues. Un polynôme s'écrit en général, soit sous forme développée et réduite, soit sous forme factorisée, mais pas  $x(x^2 + 3) - 5$ .

Si tu te trouves devant une expression assez longue à transformer, ce sera plus efficace de faire des « sous-calculs », de calculer des petits bouts de l'expression et de réinjecter la nouvelle forme dans l'expression initiale, plutôt que de tout recopier à chaque fois, ce qui multiplie les risques d'erreurs. **Cela développe d'ailleurs le sens de l'organisation.**

Calculer, c'est toute une gamme large d'activités : transformer des intégrales, réduire des sommes (« exprimer une somme sans le symbole  $\sum$  »), dériver une expression, inverser une matrice, résoudre un système...

Bien sûr, en cours, en TD tu vas voir et faire beaucoup de calculs, de toute sorte. Justement, ne perds pas de temps en cours à noter toutes les étapes, surtout si ton professeur va vite. Note plutôt l'idée (par exemple le changement de variable utilisé, la méthode), et le résultat final. Et bien sûr, chez toi le soir, refais-le. J'ai remarqué en enseignant que les élèves perdent du temps, et passent par là-même à côté de ce que le professeur leur apporte de précieux : les idées, les stratégies pour résoudre le problème.

*Pour être à l'aise en calcul, il n'y a pas d'autre solution que la répétition, l'entraînement régulier.*

L'idéal c'est d'en faire un peu chaque jour, en réfléchissant bien à chaque fois aux règles de calculs employées. C'est comme faire des gammes en musique, ou répéter un geste technique en sport. Fais toutes sortes de calculs, pas forcément ceux qui sont en lien avec le chapitre que tu travailles. De plus, faire des calculs en réfléchissant aux règles employées, c'est toujours le raisonnement mathématique : **reconnaître le problème, choisir le théorème, l'appliquer, se vérifier.**

**Tu verras aussi que faire des calculs, être à l'aise en calcul, va développer ta confiance.** Cela te dégagera du temps en devoir surveillé pour réfléchir à d'autre chose. En devoir surveillé, tu sauras aussi anticiper, sans aller au bout du calcul, et tu sauras si ça va t'aider ou pas. Car attention, en devoir, ou en colle, **ne te lance pas dans un calcul si tu n'as pas une idée de ce que tu vas en faire !**

## Démontrer

**Démontrer que, prouver que, vérifier, justifier...** C'est une question fermée (que ce soit une démonstration d'un théorème du cours ou un exercice), c'est une question dont tu as la réponse. Par exemple « montrer que pour tout  $x$  réel,  $x^2+x+1$  est positif », par opposition à « quel est le signe de  $x^2+x+1$  ? ». Ou « montrer que la suite  $(u_n)$

est croissante », par opposition à « étudier la monotonie de la suite ». **On sait d'où on part (les hypothèses) et où on arrive (le but).** Reste à trouver le chemin. **C'est l'observation du but qui va nous permettre de mettre en place une stratégie.**

Souvent les étudiants « partent de l'hypothèse », ce qui n'est pas toujours, voire pas souvent, une bonne idée. **On utilise l'hypothèse à un moment ou un autre**, très important, mais ce n'est pas forcément le point de départ.

Par exemple dans la question « montrer que si la suite  $(u_n)$  tend vers  $L$  et si  $f$  est une fonction continue en  $L$ , alors la suite  $(f(u_n))$  tend vers  $f(L)$  », cela ne sert à rien d'écrire « les définitions » de «  $(u_n)$  tend vers  $L$  » et «  $f$  est une fonction continue en  $L$  » mais se demander, « comment je vais faire pour démontrer que la suite  $(f(u_n))$  tend vers  $f(L)$  ? ».

Observe le but en te posant plusieurs questions (**faire des mathématiques, c'est se poser des questions, tout le temps ! 😊**)

- A quelle partie du cours ce problème fait-il référence ?
- Quelle est la définition (de ce que je veux obtenir)?
- Est-ce que je connais un théorème dont la conclusion ressemble à mon but ?
- Est-ce que j'ai déjà rencontrée une situation analogue et qu'est-ce qu'on a fait à ce moment-là ?
- De quoi je dispose ?

**La rédaction d'une démonstration est très structurée.** Si tu suis les principes, tu ne peux pas faire de fausses démonstrations (tu peux ne pas aboutir, mais ça c'est une autre histoire).

Un théorème, une propriété (ce que nous appellerons un « outil ») se présente toujours de la même façon : « Si  $H$  alors  $C$  »,  $H$  étant un ensemble d'hypothèses et  $C$  la conclusion. Il y a plusieurs écritures synonymes, il faut repérer cette structure. Et bien sûr, **apprendre les hypothèses quand on apprend un théorème !!!!**

Différentes écritures du même théorème :

- Si  $(u_n)$  est une suite croissante et majorée, alors elle converge

- Soit  $(u_n)$  une suite croissante et majorée.  $(u_n)$  est convergente.
- Une suite croissante et majorée converge.

**Quand tu vas utiliser un théorème, assure- toi d'abord que les hypothèses sont validées.**

On peut alors écrire « donc » et invoquer le théorème («donc, d'après le théorème *nom\_du\_théorème* », donc, d'après le théorème qui dit que si.. alors... », s'il n'a pas de nom, mais c'est plus ennuyeux) et en tirer la conclusion.

**Le schéma du principe est :**

- H
- Si H alors C

-----

- Donc C

Bien sûr, dans une démonstration, on peut utiliser plusieurs théorèmes. L'art consiste à faire le lien entre les hypothèses données dans l'énoncé et les hypothèses nécessaires pour appliquer le théorème.

Se pose aussi la question du détail de la rédaction. Il est clair que si on a l'égalité  $x + 2 = 3$  » et qu'on en déduit  $x = 1$ , on ne va pas le justifier sur une copie (c'est-à-dire expliciter le théorème utilisé), sinon on n'en finirait plus. Mais, pour soi, il est important de savoir quelle propriété, règle ou théorème on utilise.

**En mathématique, il n'y a pas d'argument d'autorité. Tout peut se justifier.**

*On peut se fixer comme règle de conduite qu'on rédige non pas pour le professeur, mais pour un camarade de sa classe qui a acquis les notions des classes précédentes mais qui a besoin qu'on lui détaille les notions nouvelles vues en cours.*

## Résoudre

C'est l'activité mathématique qui demande le plus **d'imagination**, puisqu'on ne sait pas quelle peut être la conclusion. (Cette suite est-elle convergente ?, l'équation a-t-elle des solutions, lesquelles ? etc.) En CPGE, ce sont plutôt des questions posées à l'oral.

Une première stratégie consiste à se faire une idée du résultat et à transformer le problème en « question fermée ».

*Si on nous demande si une suite converge ou pas, on peut par exemple conjecturer que oui et transformer la question en « montrer que la suite converge ». Si on n'y arrive pas, on peut alors tester l'autre possibilité, et transformer le problème en « montrer que la suite diverge ».*

C'est là que l'expérimentation est importante.

En mathématiques cela passe par :

- Regarder des cas particuliers
- Faire des dessins
- Utiliser sa calculatrice pour faire des conjectures
- Puiser dans sa « culture mathématique » (est-ce j'ai déjà rencontré une situation similaire ?)

**Il est important de bien maîtriser les concepts, afin de savoir ce que l'on peut faire ou pas, afin de transformer le problème en un problème qu'on sait résoudre.**

Par exemple, si on nous demande de résoudre l'équation  $e^x + e^{-x} = 3$ , vu que « en gros » on ne sait résoudre que des équations du premier ou du second degré, les équations du type  $z^n = 1$  ou des équations du type «  $e^x = c$  », on va transformer le problème en  $e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ , poser  $z = e^x$ , résoudre l'équation du second degré  $z^2 - 3z + 1 = 0$ , puis les équations  $e^x = s$ , où  $s$  est une solution de l'équation précédente. (*On retrouve les étapes de la réflexion : c'est une équation, je dois trouver les solutions, quels sont mes outils, quel tri je fais...*)

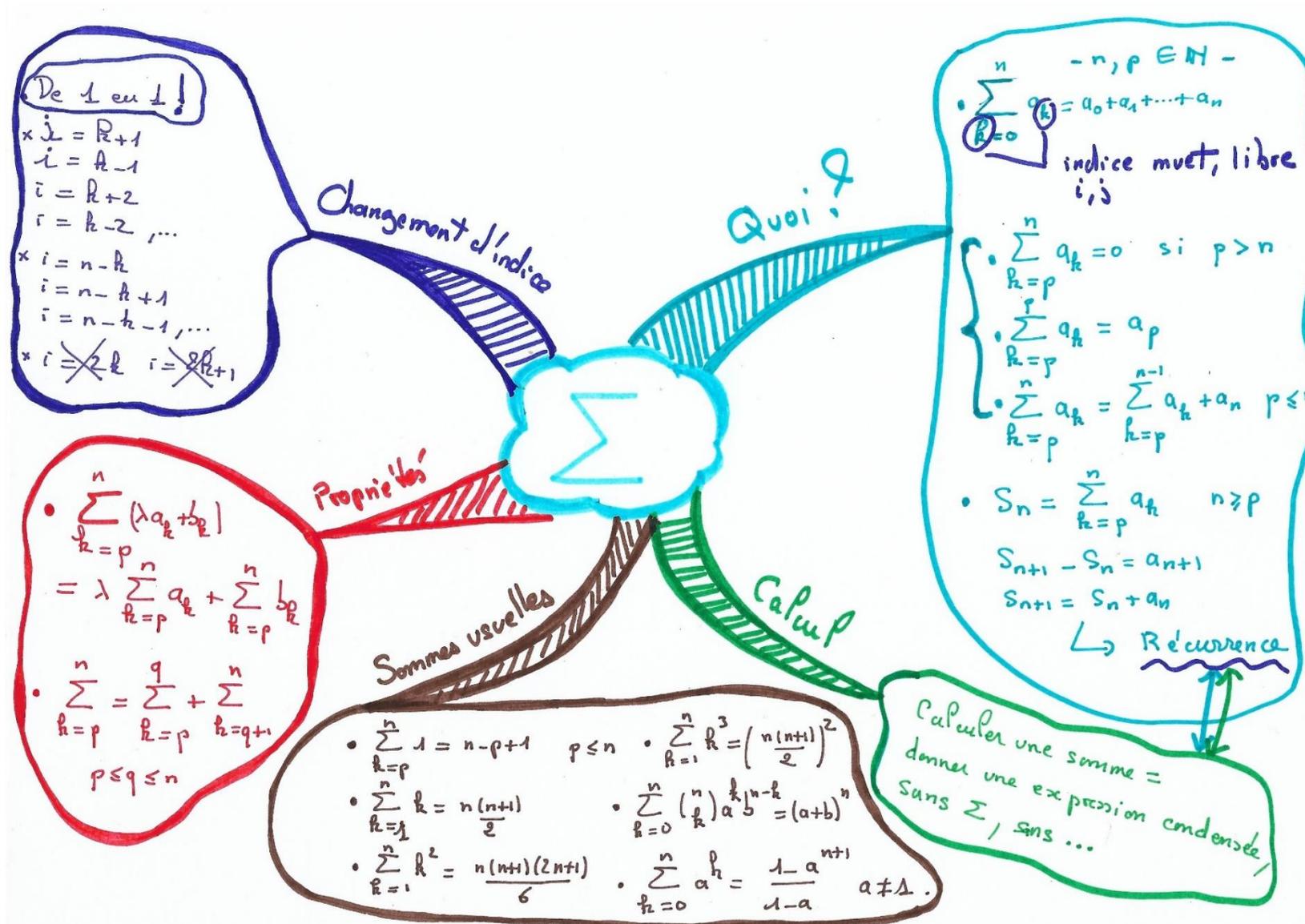
## *Quelques citations pertinentes pour le cours de maths !*

- *Mieux vaut ignorer une chose que de la savoir mal (Publius Syrus, 1<sup>er</sup> s av JC)*
- 
- *Mieux vaut savoir relativement peu mais avoir bien appris le peu que l'on sait (Edouard Herriot 1919)*
- 
- *C'est savoir quelque chose que de savoir ce que l'on ignore. (Jean Stobée 5<sup>ème</sup> s ap JC)*
- 
- *Mieux vaut savoir bien que savoir beaucoup, mieux vaut ne rien savoir que de savoir mal. (André Grétry 1801)*
- 
- *Le savoir n'est pas difficile, seule sa mise en pratique l'est. (Proverbe chinois)*



## CHAPITRE 11

*Deux exemples concrets d'utilisation de carte mentale en mathématiques*



Voici une carte mentale sur le symbole  $\Sigma$ , vu généralement en début de première année de classe préparatoire.

On va l'utiliser pour résoudre l'exercice suivant :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $S_n = \sum_{i=1}^n i(i+1)$ .

**Déjà, quel est le problème ?** Il s'agit de calculer une somme, c'est à dire, donner une expression de  $S_n$  qui n'utilise pas le symbole  $\Sigma$ . (Branche "calcul").

On peut remarquer, en explorant la branche "Quoi ?", que si  $n = 0$ , la somme est nulle. On suppose donc que  $n \geq 1$ .

*Dans la carte, on utilise presque toujours la lettre  $k$  comme indice de somme, mais c'est une lettre muette, on peut donc utiliser  $i$ , du moment que  $i$  est "libre", c'est à dire n'a pas d'autre signification dans l'exercice. On ne pourrait pas utiliser  $n$  par exemple.*

**Qu'est-ce qu'on peut faire pour calculer cette somme ?**

Vu qu'il y a une récurrence "naturelle" avec les sommes, (ici  $S_{n+1} = S_n + (n+1)(n+2)$ ), on peut envisager une démonstration par récurrence. Mais pour cela, il faudrait savoir ce que l'on veut démontrer, ce qui n'est pas le cas. On peut essayer de calculer  $S_1, S_2, S_3$  et essayer de deviner une formule, mais ce n'est pas facile.

**On laisse cette idée de côté pour l'instant et on examine d'autres possibilités.**

On trouve dans la branche "Propriétés" des indications sur les transformations possibles de  $S_n$ , et sinon, la seule chose qu'on ait, ce sont les sommes usuelles. **Il n'y a donc pas d'autres options qu'essayer de transformer la somme en utilisant des sommes usuelles.**

Parmi les sommes usuelles, on élimine la formule du binôme car les coefficients du binôme n'apparaissent pas du tout, ainsi que la formule de la somme des premiers termes d'une suite géométrique. En revanche, on peut remarquer que  $i$  et  $i^2$  apparaissent naturellement si on développe  $i(i+1)$ , et c'est la seule transformation simple que l'on peut faire. Cela semble une bonne stratégie. Allons-y :

$$S_n = \sum_{i=1}^n i + i^2$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n i^2$$

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

On ne laisse pas cette expression comme cela, ce n'est pas "joli", au minimum on réduit au même dénominateur. Au numérateur on aura un polynôme en  $n$ , que l'on factorisera au maximum ou développera au maximum. Ici, la factorisation apparaît d'elle-même.

$$S_n = \frac{n(n+1)}{6}(3+2n+1)$$
$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+4)}{6}.$$

Une fraction doit être simplifiée au maximum, on voit qu'on peut simplifier par 2.

Finalement, on obtient  $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$  :

On peut vérifier qu'on a bien affaire à un entier, malgré l'expression sous forme de fraction, car le numérateur est un produit de 3 entiers consécutifs, il y en a bien un qui est divisible par 3. On peut également vérifier que la formule est correcte pour  $n = 0$ .

De plus  $S_1 = 2$ , en utilisant l'expression sous forme de somme, et on trouve bien 2 en remplaçant  $n$  par 1 dans la fraction.

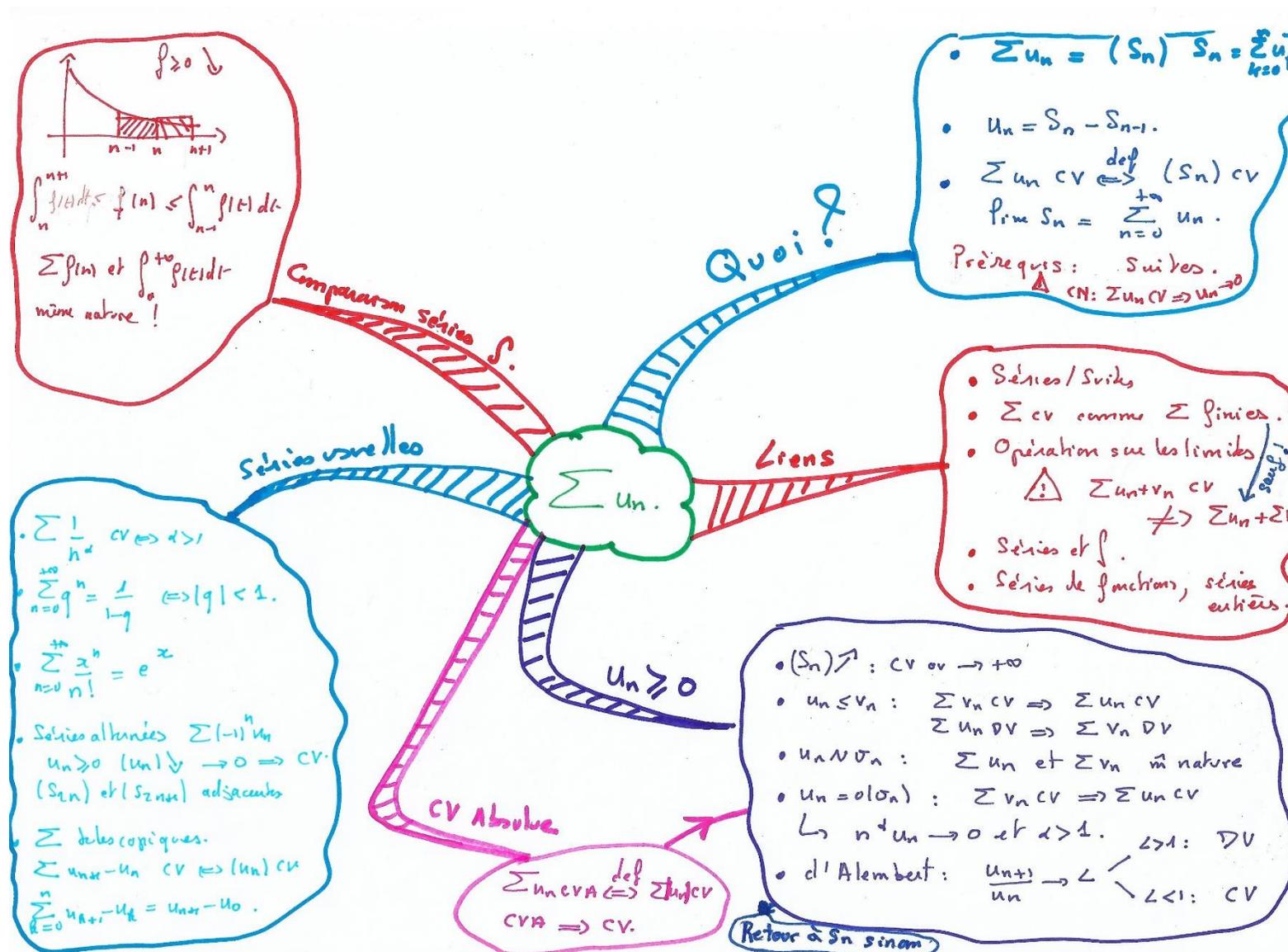
Si l'exercice était :

Montrer que  $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$  la stratégie la plus efficace aurait été de faire une récurrence.

### Quel bilan peut-on tirer de cet exercice ?

Pour calculer une somme,

1. On transforme (en utilisant les propriétés ou les changements d'indices) pour faire "apparaître" des sommes usuelles, ou connues (issues des questions précédentes dans un problème).
2. Si on connaît le résultat, on fait une démonstration par récurrence.



Voici une carte mentale sur les séries, adaptée au programme MPSI, mais à part comparaison séries-intégrales et certaines séries usuelles qui ne sont pas dans tous les programmes, le reste est commun à tous les programmes.

Utilisons là pour résoudre l'exercice suivant : Nature de  $\sum \ln(1 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha})$ , où  $\alpha > 0$ .

Posons  $u_n = \ln(1 + \frac{(-1)^n}{n^\alpha})$ .

On vérifie le signe de  $u_n$ . Il dépend du signe de  $(-1)^n$ , ce qui peut faire penser à une **série alternée**. mais étudier la monotonie de  $(|u_n|)$  ne paraît pas évidente, car  $(-1)^n$  est "à l'intérieur du logarithme".

On laisse cette idée de côté pour l'instant.

On s'intéresse à la **convergence absolue**. Et dans les **critères concernant les séries à termes positifs**, on va choisir celui d'équivalent, parce qu'on connaît un équivalent de  $\ln(1+u)$  au voisinage de 0.

On a  $u_n \sim \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$ , donc  $|u_n| \sim \frac{1}{n^\alpha}$ .

On reconnaît une **série usuelle**, série de Riemann. On en déduit que si  $\alpha > 1$ , la série  $\sum u_n$  est absolument convergente, donc convergente.

Par contre, si  $\alpha \leq 1$ , on ne peut pas conclure sur la nature de  $\sum u_n$ .

On remarque que  $u_n$  est équivalent à un terme de série alternée, et que  $\sum \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$  est convergente car  $\alpha > 0$  et le critère spécial des séries alternées est satisfait.

Si on connaît la nature de  $\sum u_n - \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$ , on pourra conclure sur la nature de  $\sum u_n$ . Attention on ne peut pas utiliser le critère d'équivalent, car on n'a pas affaire à une série à termes positifs! Pour étudier cette différence, il faut faire un pas de plus dans le développement limité.

On a  $u_n = \frac{(-1)^n}{n^\alpha} + \frac{1}{2n^{2\alpha}} + o(\frac{1}{n^{2\alpha}})$ .

On reconnaît alors une équivalente à une série usuelle:  $\sum \frac{1}{2n^{2\alpha}} + o(\frac{1}{n^{2\alpha}})$  converge si et seulement si  $2\alpha > 1$  par critère d'équivalent à une série usuelle, à termes positifs.

Bilan:  $\sum u_n$  converge si et seulement si  $\alpha > \frac{1}{2}$ .

## *5 cartes mentales bonus*

**Pour apprendre à faire des cartes mentales ou pour faire des cartes mentales sur mesure, prenez- rendez vous sur mon site : <https://mathssansstress.fr/reservations/>**

**ou contactez moi au 07 81 124 734 ou à [agnes.rigny@mathssansstress.fr](mailto:agnes.rigny@mathssansstress.fr)**

